1 Einleitung
2 Strömungssimulation in Windkanälen
3 Numerische Strömungssimulation
4 Potentialströmungen
5 Tragflügel unendlicher Streckung in inkompressibler Strömung
6 Tragflügel endlicher Streckung in inkompressibler Strömung
7 Aerodynamik der Klappen und Leitwerke
8 Kompressible Strömungsmechanik (Gasdynamik)
9 Kompressible Aerodynamik
10 Stabilität und Steuerbarkeit
11 Literatur

Tragflügel endlicher Streckung in inkompressibler Strömung

Geometrie des Tragflügels

Hauptaufgabe

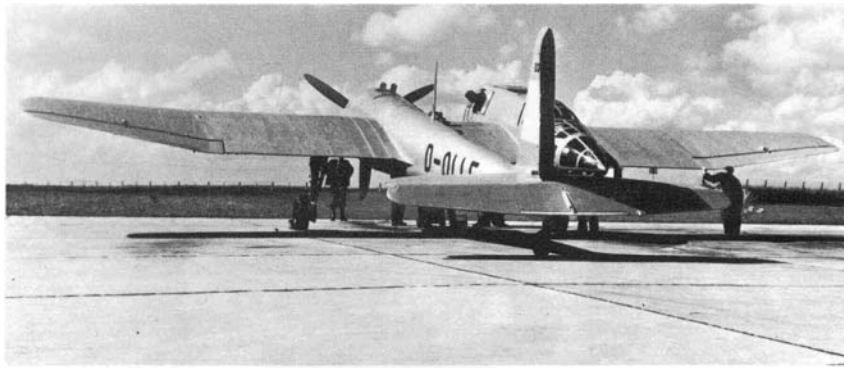
Auftriebserzeugung

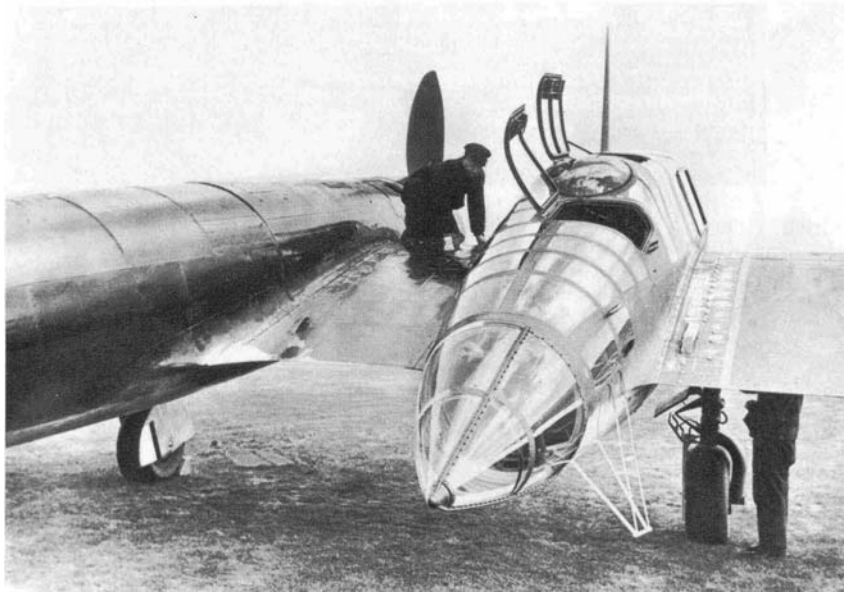
Weitere Aufgaben

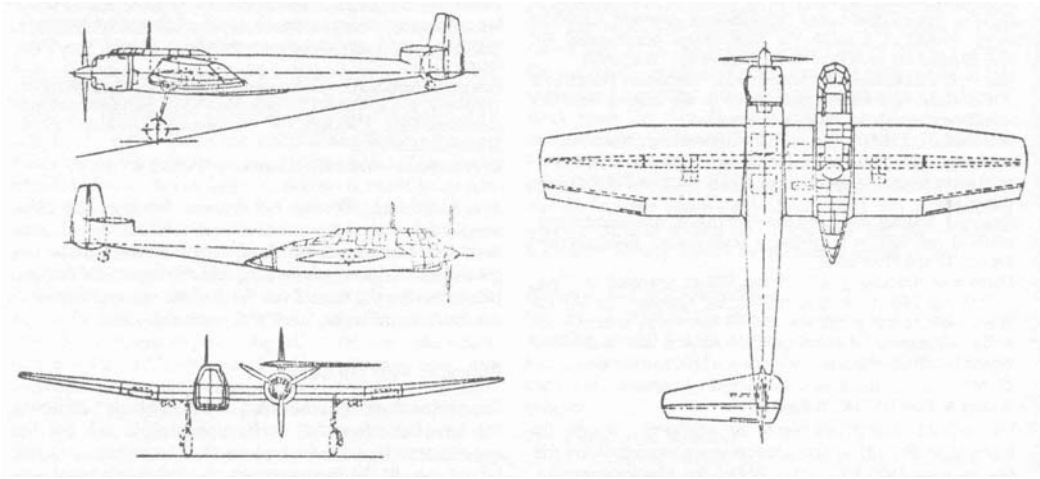
Interne Aufnahme von Treibstoff in internen Tanks oder Wasserballast

externen Aufnahme von Triebwerksgondeln, Außenlasten, Tanks, Hauptfahrwerk

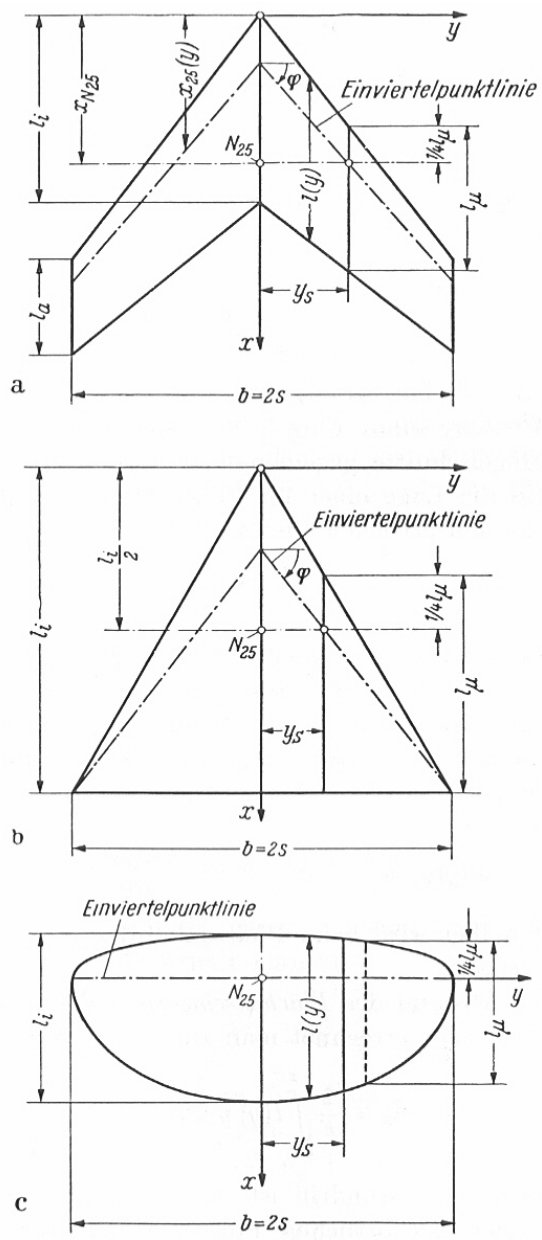
Tragflügel werden in der Regel symmetrisch ausgelegt....







Aufklärer BV141



Geometrische Beschreibungsmerkmale

- Grundriß (Spannweite, Pfeilung, Zuspitzung, Verteilung der Flügeltiefe)
- Flügelprofil (Dicke, Dickenrücklage, Wölbung, Wölbungsrücklage)
- Verwindung (geometrisch, aerodynamisch)
- V-Stellung

$\xi=\frac{x}{s},\quad \eta=\frac{y}{s},\quad \varsigma=\frac{z}{s}$	dimensionslose Koordinaten
s	Halbspannweite
$b=2\cdot s$	Spannweite
$\lambda=\frac{l_a}{l_i}$	Flügelzuspitzung, Verhältnis äußerer zu innerer Flügeltiefe
$S=\int_{-s}^{+s} l(y)dy$	Flügelfläche, einschließlich des überdeckten Rumpfanteils
$\Lambda=\frac{b^2}{S}$	Streckung oder Seitenverhältnis
$l_m=\frac{S}{b}$	mittlere Flügeltiefe
$l_\mu=\frac{1}{S}\cdot\int_{-s}^{+s} l^2(y)\cdot dy=l(y_S)$	Flügelbezugstiefe, gleich Flügeltiefe im Flächenschwerpunkt
$\varphi(y)=\arctan\left(\frac{dx(y)}{dy}\right)$	Pfeilung
$\varphi_{25}(y)=\arctan\left(\frac{dx_{25}(y)}{dy}\right)$	Pfeilung der *l/4*-Linie
ν	V-Stellung
$y_S=\frac{2}{S}\cdot\int_{0}^{s} l(y)\cdot y\cdot dy$	Flächenschwerpunkt einer Flügelhälfte
$x_{N25}=\frac{1}{S}\cdot\int_{-s}^{+s} l(y)\cdot x_{25}(y)\cdot dy$	Geometrischer Neutralpunkt, entspricht dem Flächenschwerpunkt des Gesamtflügels, sofern dieser auf der *l/4*-Linie mit einer der Flügeltiefe proportionalen Gewichtsverteilung belegt ist

Charakteristische Werte für Rechteck-, Trapez, Dreieck- und Ellipsenflügel

	Rechteck	Trapez	Dreieck	Ellipse
Flügeltiefe l	$l = l_a = l_i$	$\left[1-(1-\lambda)\cdot\eta\right]\cdot l_i$	$(1-\eta)\cdot l_i$	$\sqrt{1-\eta^2}\cdot l_i$
Flügelfläche S	$b\cdot l$	$\frac{1+\lambda}{2}\cdot b\cdot l_i$	$\frac{1}{2}\cdot b\cdot l_i$	$\frac{\pi}{4}\cdot b\cdot l_i$
Seitenverhältnis Λ	$\frac{b}{l}$	$\frac{2}{1+\lambda}\cdot\frac{b}{l_i}$	$2\cdot\frac{b}{l_i}$	$\frac{4}{\pi}\cdot\frac{b}{l_i}$
Mittlere Flügeltiefe l_m	$l_m = l_a = l_i$	$\frac{1+\lambda}{2}\cdot l_i$	$\frac{1}{2}\cdot l_i$	$\frac{\pi}{4}\cdot l_i$
Bezugsflügeltiefe l_μ	$l_\mu = l_a = l_i$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda}\cdot l_i$	$\frac{2}{3}\cdot l_i$	$\frac{8}{3\cdot\pi}\cdot l_i$
Flächenschwerpunkt $\eta_S = \frac{y_S}{s}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}\cdot\frac{1+2\cdot\lambda}{1+\lambda}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3\cdot\pi}$
Neutralpunkt x_{N25}	$\left(\frac{1}{4}+\frac{\Lambda}{4}\cdot\tan\varphi\right)\cdot l_i$	$\left[\frac{1}{4}+\frac{\Lambda}{12}\cdot(1+2\cdot\lambda)\cdot\tan\varphi\right]\cdot l_i$	$\left(\frac{1}{4}+\frac{\Lambda}{12}\cdot\tan\varphi\right)\cdot l_i$	$\left(\frac{1}{4}+\frac{\Lambda}{6}\cdot\tan\varphi\right)\cdot l_i$

Entstehung der freien Wirbel am Tragflügel endlicher Spannweite

Umströmung eines Tragflügels mit einer (theoretisch) unendlichen Spannweite:

ebenes Problem, d.h. es liegt eine rein zweidimensionale Strömung vor;

Strömungsverhältnisse sind in jedem beliebigen Profilschnitt in Spannweitenrichtung identisch

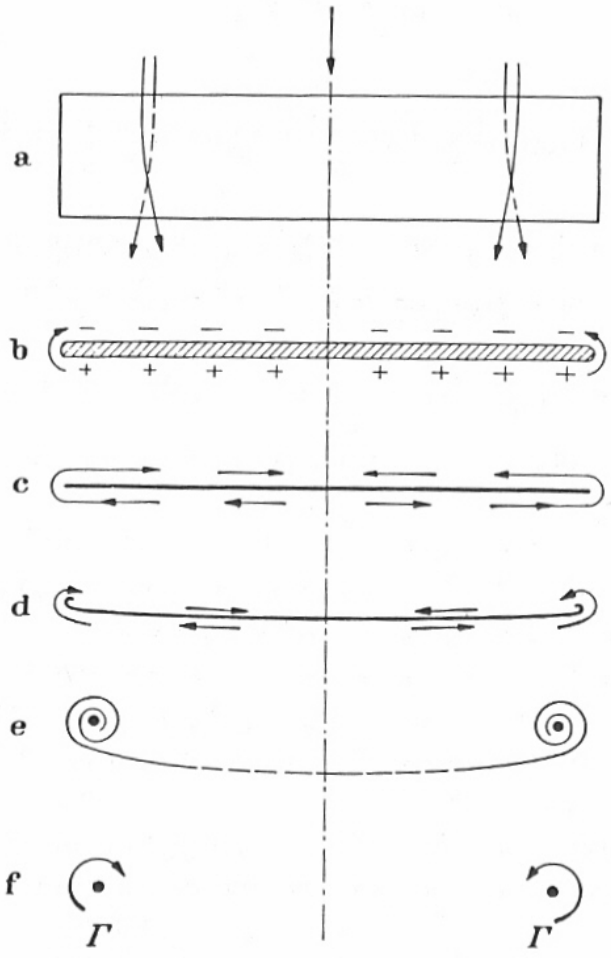
Umströmung eines Tragflügels endlicher Spannweite:

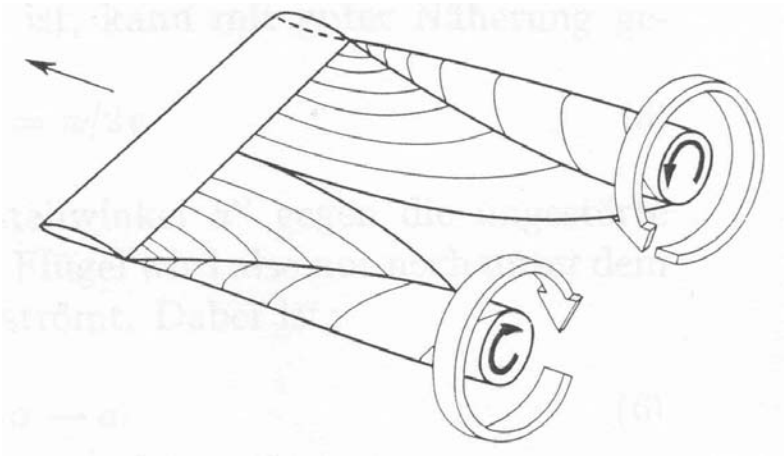
Bildung einer Strömung mit einer nach innen/außen weisenden Geschwindigkeitskomponente

Bildung einer Scherschicht, die sich zu einem Wirbel aufrollt $\Rightarrow$ *freie Wirbel*

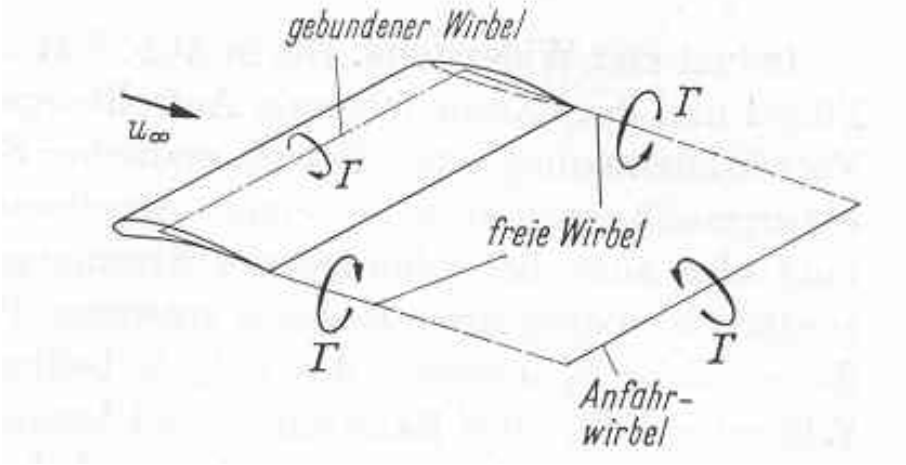
Konsequenz aus der Entstehung der freien Wirbel:

Zur Erzeugung dieser Wirbel, d.h. zur Beschleunigung der ruhenden Luft in eine Drehbewegung, muß permanent Arbeit verrichtet werden $\Rightarrow$ *induzierter Widerstand*





Entstehung der freien Wirbel am Tragflügel endlicher Spannweite

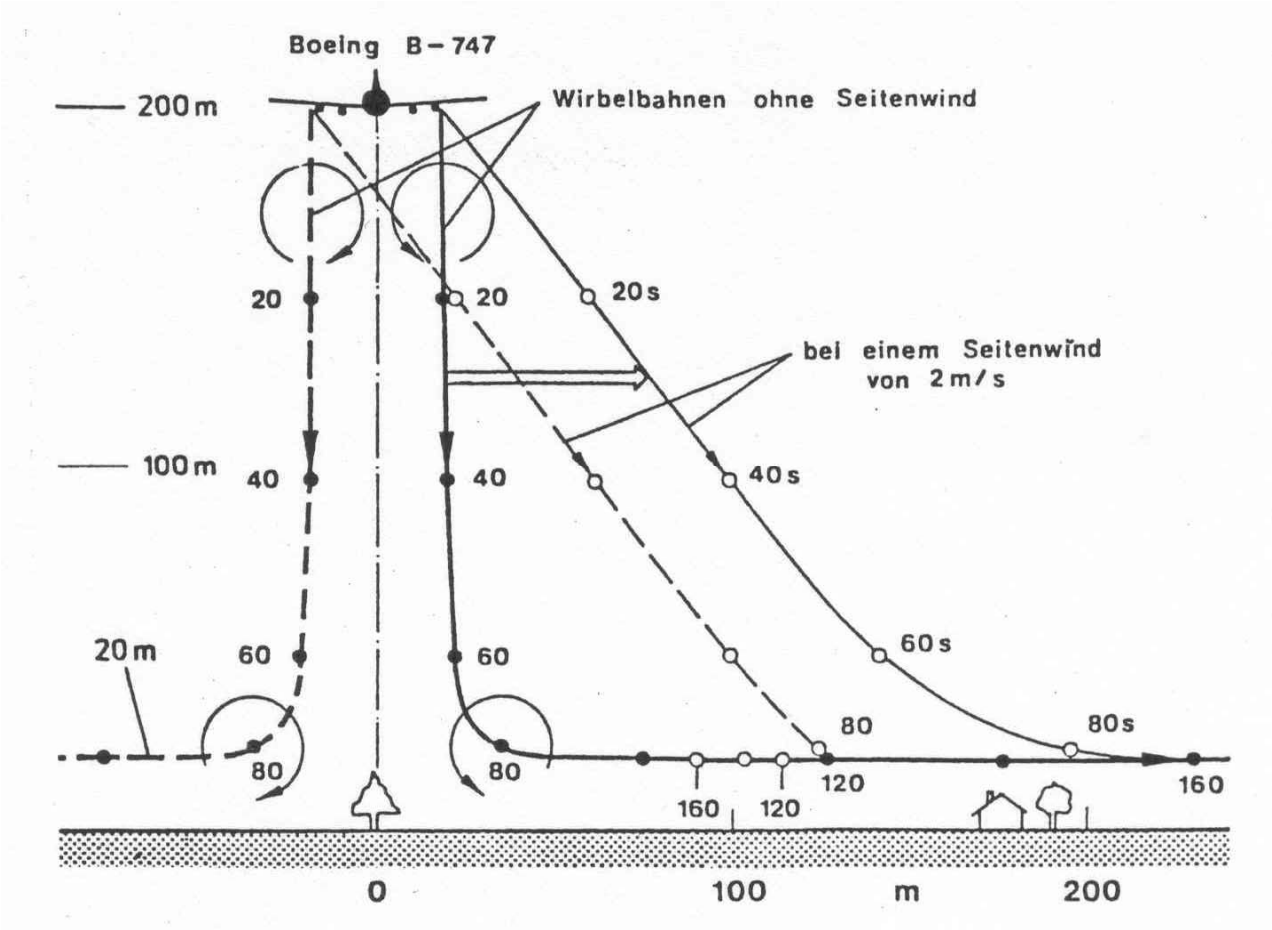


Wirbelsystem des Tragflügels endlicher Spannweite

Sichtbarmachung der freien Wirbel an einem Landwirtschafts-Sprühflugzeug

Wirbelstärke des induzierten Widerstands hängt quadratisch von der Stärke des Auftriebs ab,

⇒ Staffelung des startenden und landenden Flugverkehrs in Hochauftriebskonfiguration



Wirbelschleppe eine Boeing 747

Positive Nebeneffekte:

- Widerstandsreduzierung
- Reichweitenerhöhung

NASA Dryden Flight Research Center Photo Collection
http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/photo/index.html
NASA Photo: EC01-0328-4 Date: November 9, 2001 Photo by: Carla Thomas
This unique view, looking directly up at two NASA Dryden F/A-18's used in the Autonomous Formation Flight (AFF) program, was captured by Carla Thomas from another F-18 flying safety/chase.

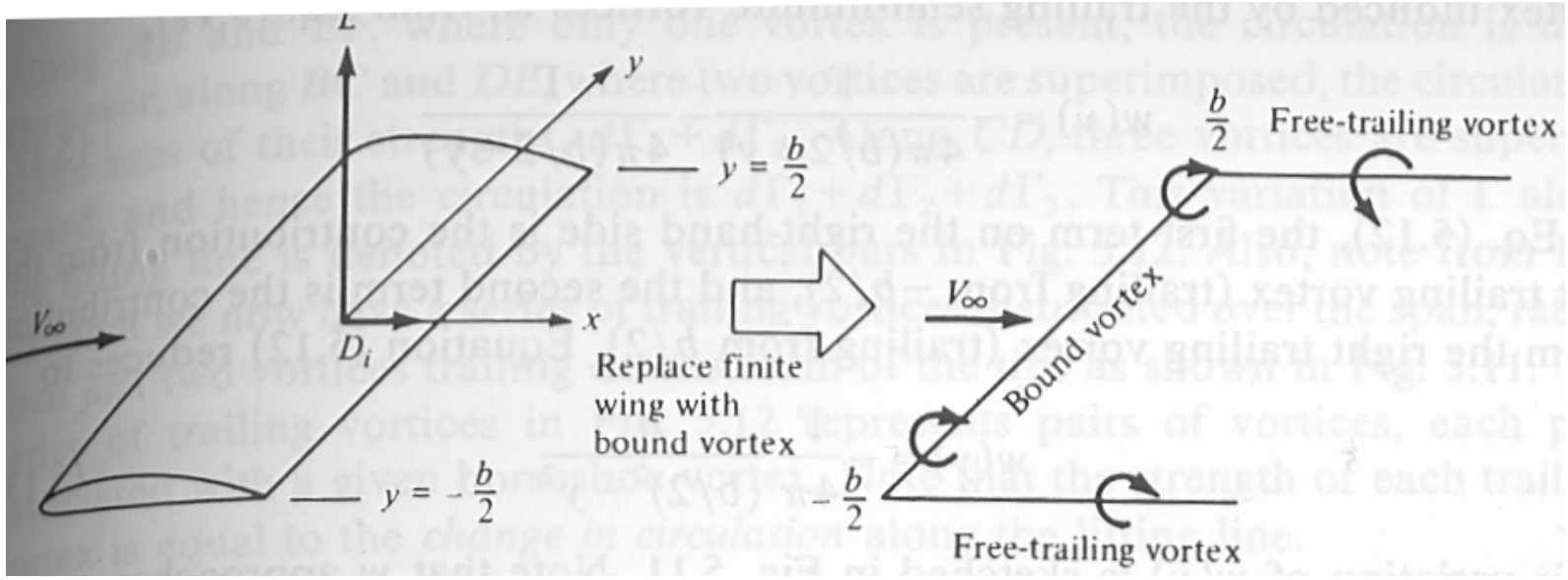
anderweitig aber schon lange bekannt .....

Prandtl'sche Tragflügeltheorie (Traglinientheorie)

Abwindfeld und induzierter Widerstand

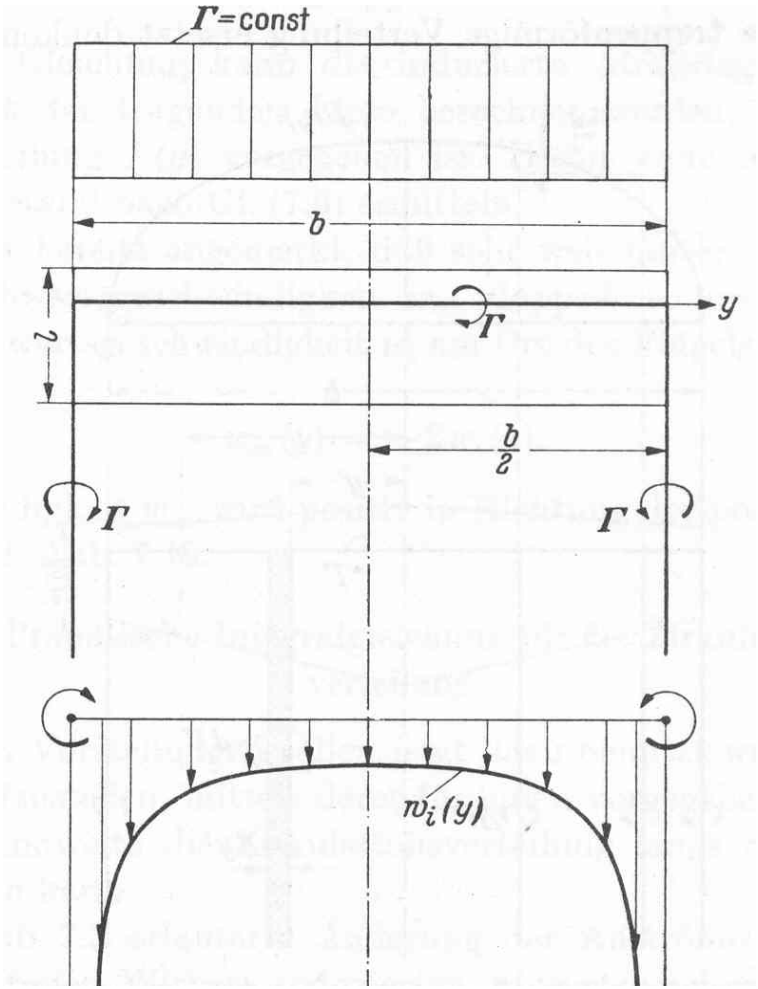
Ersatzmodell

Flügel endlicher Streckung wird durch einen gebunden Wirbel auf der *tragenden Linie* ersetzt



Ersatzmodell des Flügels endlicher Streckung

Biot-Savart: Berechnung des durch die freien Wirbel induzierten Abwindfelds um den Tragflügel

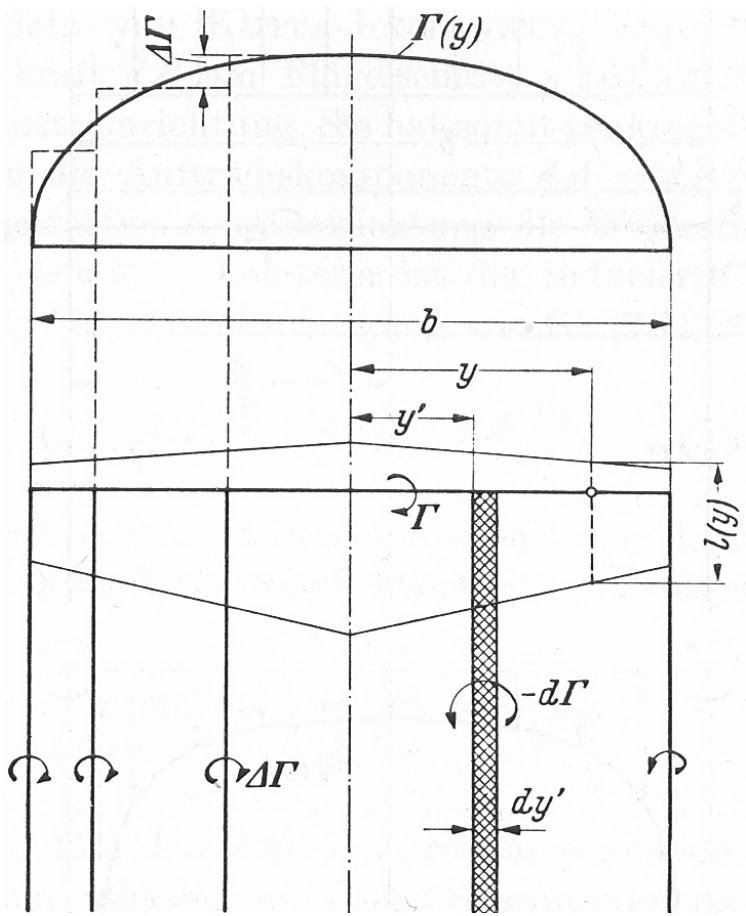


Über die gesamte Spannweite als konstant angenommene Zirkulationsverteilung $\Gamma(y)$ bewirkt induzierte Geschwindigkeitsverteilung $w_i(y)$

$$w_i(y) = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{b}{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - y^2}$$

Abwindfeld hinter dem Tragflügel bei $\Gamma(y) = const.$

Druckausgleich an den Tragflächenenden bewirkt verschwindenden Auftrieb



Abwindfeld berechnet sich aus der flächenhaften Verteilung der Wirbel, der sogenannten *Wirbelfläche*

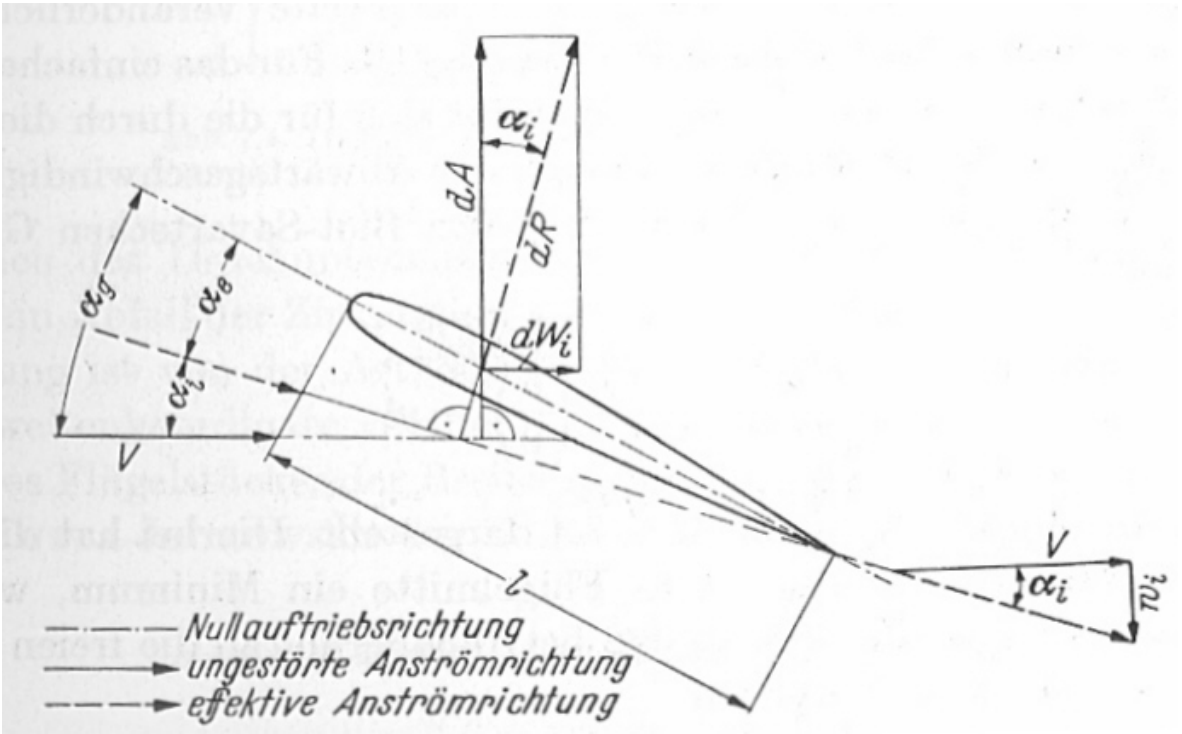
$$w_i(y) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{dy'} \cdot \frac{dy'}{y - y'}$$

Ist die Zirkulationsverteilung $\Gamma(y)$ bekannt ist, läßt sich die induzierte Abwärtsgeschwindigkeit an der tragenden Linie berechnen und der induzierte Widerstand W_i ergibt sich zu

$$W_i = \rho \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \Gamma(y) \cdot w_i(y) \cdot dy$$

Zirkulationsverteilung am Tragflügel mit $\Gamma(y) \neq const.$

Abwindfeld und Auftrieb



Induzierter Abwindgeschwindigkeit $w_i(y)$ entspricht ein induzierter Anstellwinkel $\alpha_i(y)$

$$\alpha_i(y) = \frac{w_i(y)}{V_\infty}$$

Anströmrichtung $\alpha_{eff}(y)$ wird um den induzierten Anstellwinkel $\alpha_i(y)$ gegenüber der ungestörten Anströmrichtung $\alpha_g(y)$ verringert

$$\alpha_{eff}(y) = \alpha_g(y) - \alpha_i(y)$$

Induzierter, effektiver und geometrischer Anstellwinkel

Verringerung des effektiven Anstellwinkels $\Rightarrow$ Verringerung des Auftriebs

Auftrieb dA eines Flächenelement dS

$$dA = \frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot l(y) \cdot dy \cdot c_a(y) \quad = \quad \frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot l(y) \cdot dy \cdot c'_{a,\infty} \cdot \alpha_{eff}(y)$$

Lokaler Auftriebsbeiwert des Flächenelements dS

$$c_a(y) = c'_{a,\infty} \cdot \alpha_{eff}(y)$$

Auftriebanstieg des Tragflügels unendlicher Streckung

$$c'_{a,\infty} = \left(dc_a / d\alpha\right)_\infty$$

Sehr dünne Profile

$\Rightarrow$ Auftriebsanstieg der ebenen Platte

$$c'_{a,\infty} = \left(dc_a / d\alpha\right)_\infty = 2 \cdot \pi$$

Mit der Kutta-Joukowsky'schen Auftriebsgleichung für das Flächenelement der Breite dy

$$dA = \rho \cdot V \cdot dy \cdot \Gamma(y)$$

folgt für den effektiven Anstellwinkel α_{eff}

$$\alpha_{eff}(y) = \frac{2 \cdot \Gamma(y)}{V \cdot l(y) \cdot c'_{a,\infty}}$$

Wegen $\alpha_i(y) = w_i(y)/V_\infty$ ergibt sich für den induzierten Anstellwinkel α_i

$$\alpha_i(y) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot V} \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{dy'} \cdot \frac{dy'}{y - y'}$$

Mit $\alpha_{eff}(y) = \alpha_g(y) - \alpha_i(y)$ folgt für den geometrischen Anstellwinkel $\alpha_g(y)$

$$\boxed{\alpha_g(y) = \underbrace{\frac{2 \cdot \Gamma(y)}{V \cdot l(y) \cdot c'_{a,\infty}}}_{\alpha_{eff}(y)} + \underbrace{\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot V} \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{dy'} \cdot \frac{dy'}{y - y'}}_{\alpha_i(y)}}$$

Prandtl'sche Integralgleichung für die Zirkulationsverteilung des Tragflügels

Entwurfsaufgabe (1. Hauptaufgabe)

Bei einer vorgegebenen Zirkulationsverteilung $\Gamma(y)$ ist entweder die Anstellwinkelverteilung $\alpha_g(y)$ aus einer vorgegebenen Flügeltiefenverteilung $l(y)$

oder

umgekehrt aus einer vorgegebenen Anstellwinkelverteilung $\alpha_g(y)$ ist die Flügeltiefenverteilung $l(y)$ zu berechnen

Nachrechnungssaufgabe (2. Hauptaufgabe)

Bei vorgegebener Flügelgeometrie, d.h. vorgegebener Tiefenverteilung $l(y)$ und Anstellwinkelverteilung $\alpha_g(y)$ ist die Zirkulationsverteilung $\Gamma(y)$ zu berechnen

Elliptische Zirkulationsverteilung

Prandtl'sche Integralgleichung ermöglicht prinzipiell die Berechnung beliebiger Flügelgrundrißformen

Elliptische Auftriebsverteilung: Sonderfall mit besonderer Bedeutung für praktische Anwendungen

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2}$$

Auftrieb A aus der Kutta-Joukowsky'schen Auftriebsgleichung

$$A = \rho \cdot V \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \Gamma(y) \cdot dy$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot \rho \cdot b \cdot V \cdot \Gamma_0$$

Induzierte Abwindgeschwindigkeit $w_i(y)$

$$w_i(y) = \frac{\Gamma_0}{2 \cdot b} = const.$$

Konstante Abwindgeschwindigkeit bedingt auch konstanten induzierten Anstellwinkel $\alpha_i(y)$ längs der Spannweite

$$\alpha_i(y) = \frac{w_i(y)}{V} = const.$$

mit der Streckung $\Lambda = b^2/S$ folgt

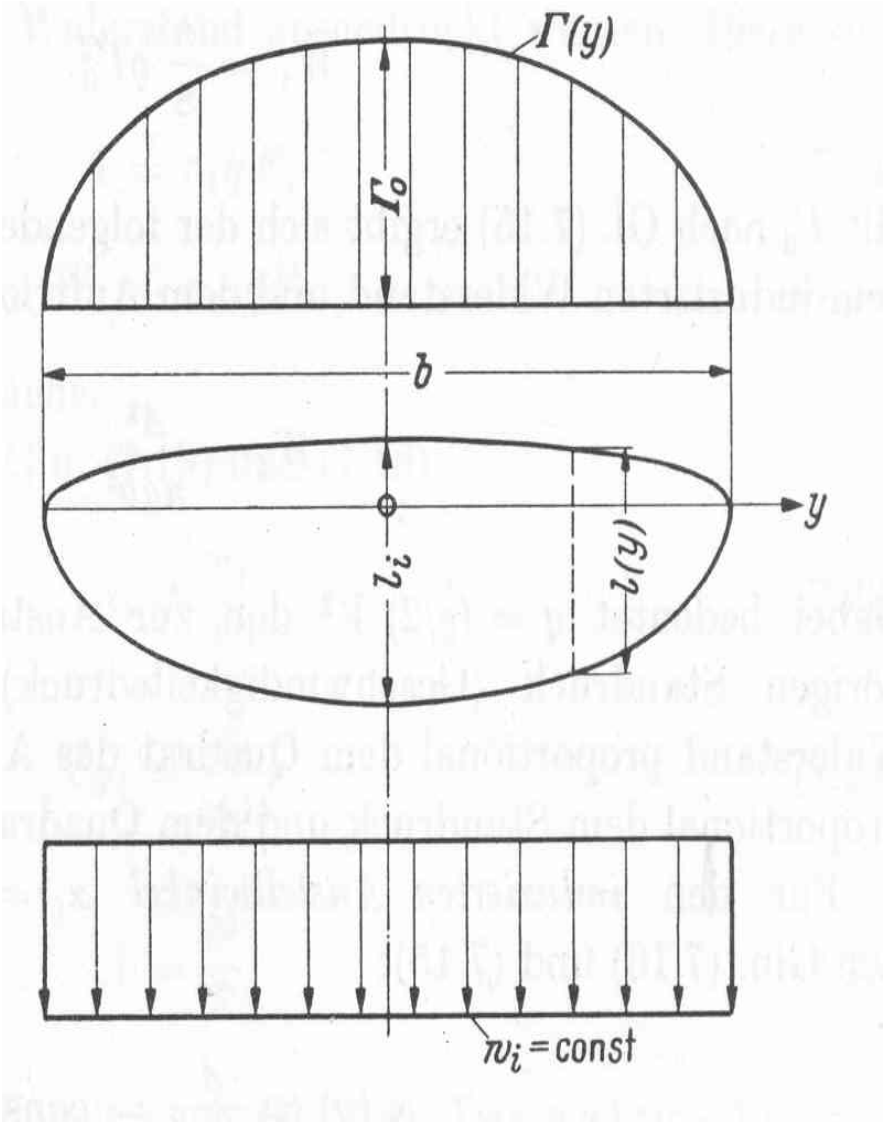
$$\alpha_i(y) = \frac{A}{\pi \cdot q \cdot b} = \frac{A}{\pi \cdot \Lambda}$$

Der induzierte Widerstand W_i ergibt sich zu

$$W_i = \frac{\pi}{8} \cdot \rho \cdot \Gamma_0{}^2 = \frac{A^2}{\pi \cdot q \cdot b^2}$$

mit dem Beiwert des induzierten Widerstands c_{Wi}

$$c_{Wi} = \frac{c_A{}^2}{\pi \cdot \Lambda}$$



Geometrischer Anstellwinkel (unverwundener Flügel)

$$\alpha_g(y) = const.$$

Induzierter Anstellwinkel

$$\alpha_i(y) = \frac{w_i(y)}{V} = const.$$ ebenfalls konstant ist,

$\Rightarrow$ effektive Anstellwinkel

$$\alpha_{eff}(y) = \alpha_g(y) - \alpha_i(y) = const.$$

$\Rightarrow$ lokale Auftriebsbeiwert

$$c_a(y) = const.$$

$\Rightarrow$ Flügeltiefe $l(y)$ muß bei elliptischer Zirkulationsverteilung ebenfalls einer elliptischen Verteilung folgen

$$l(y) = l_i \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2}$$

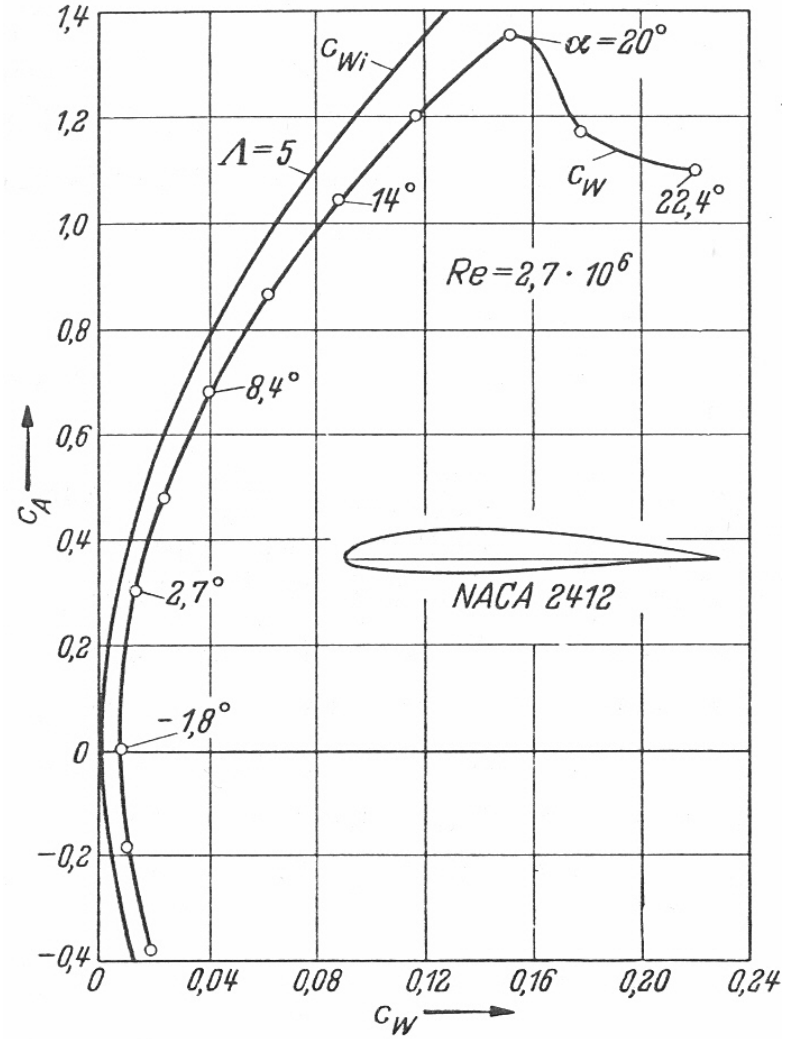
Eigenschaft der elliptischen Zirkulationsverteilung: Minimaler induzierter Widerstand

Supermarine Spitfire mit elliptischem Tragflügel

Zirkulation	$\Gamma(y)=\Gamma_0 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{2\cdot y}{b}\right)^2}$
Flügeltiefe	$l(y)=l_i \cdot \sqrt{1-\left(\frac{2\cdot y}{b}\right)^2}$
Auftrieb	$A=\frac{\pi}{4}\cdot \rho \cdot b \cdot V \cdot \Gamma_0 = c_A \cdot q \cdot S$
lokaler Auftriebsbeiwert	$c_a(y)=const.$
induzierter Widerstand	$W_i=\frac{\pi}{8}\cdot \rho \cdot \Gamma_0{}^2=\frac{A^2}{\pi \cdot q \cdot b^2}=c_{Wi}\cdot q \cdot S$
Beiwert des induzierten Widerstands	$c_{Wi}=\frac{c_A{}^2}{\pi \cdot \Lambda}, \quad \Lambda=\frac{b^2}{S}$
induzierter Anstellwinkel	$\alpha_i(y)=\frac{c_A}{\pi \cdot \Lambda}=\frac{w_i(y)}{V}=const.$
geometrischer Anstellwinkel	$\alpha_g(y)=const.$
effektiver Anstellwinkel	$\alpha_{eff}(y)=const.$

Ergebnisse der elliptischen Zirkulationsverteilung

Prandtl'sche Umrechnungsformel



Übertragung der Ergebnisse der elliptischen Auftriebsverteilung auf nicht-elliptische Flügelgrundriß-formen, insbesondere Rechteckflügel

Versatz der beiden Kurven aufgrund der Vernachlässigung der Reibung bei der berechneten Polare

Aufteilung des Gesamtwiderstands in zwei Anteile:

- *Profilwiderstand* c_{WP}, Einfluß der Reibung (anstellwinkelunabhängig)
- *induzierten Widerstand* c_{Wi} (auftriebsabhängig)

elliptischer Verteilung: $$c_{Wi} = \frac{c_A^{\,2}}{\pi \cdot \Lambda}$$

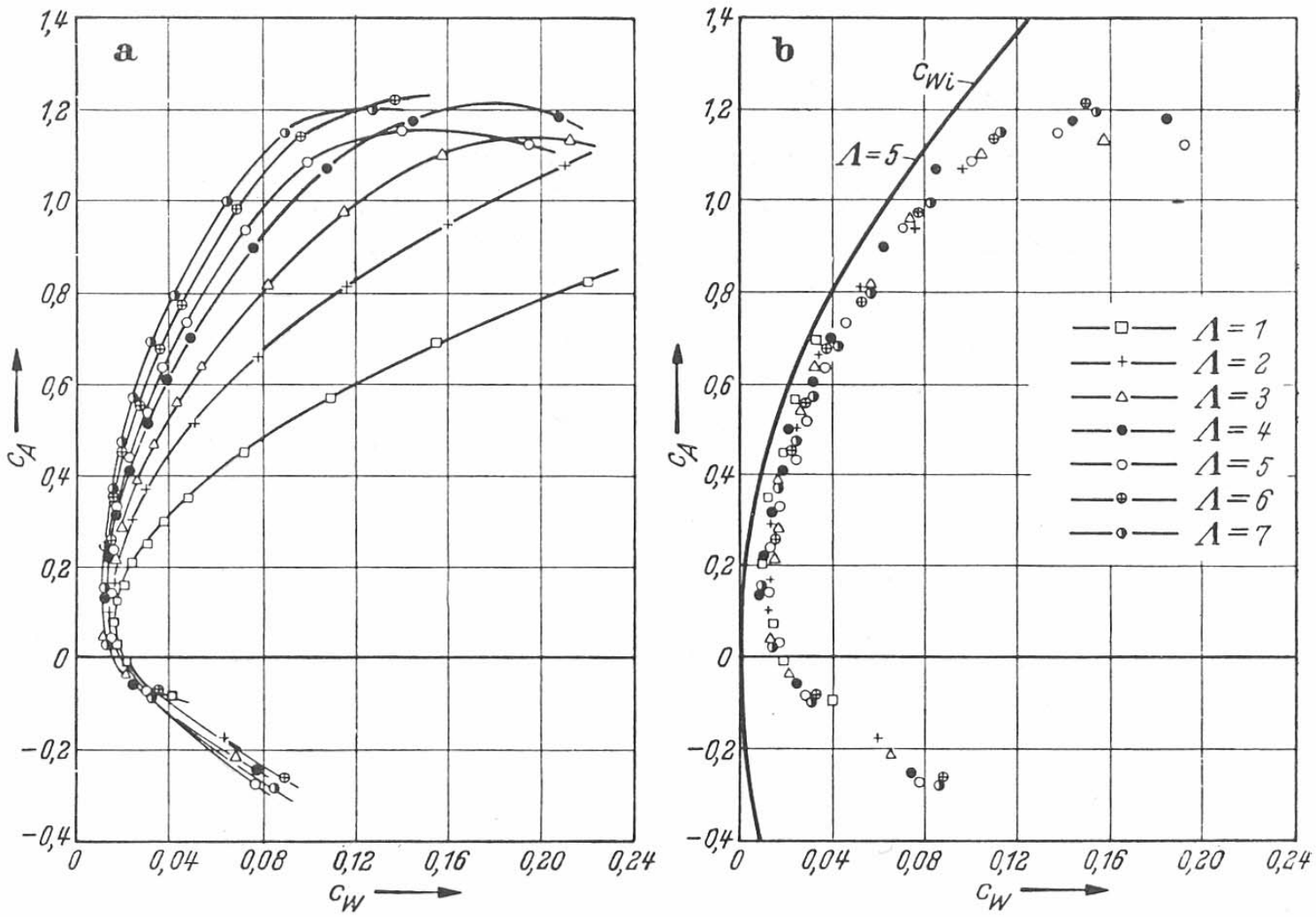
Gesamtwiderstand: $$c_W = c_{WP} + c_{Wi} = c_{WP} + \frac{c_A^{\,2}}{\pi \cdot \Lambda}$$

Geom. Anstellwinkel: $$\alpha_g = \alpha_{eff} + \frac{c_A}{\pi \cdot \Lambda}$$

Reibungsbeiwert ist unabhängig von der Streckung, d.h. $c_{WP1} = c_{WP2}$,

somit gilt für den Gesamtwiderstand:

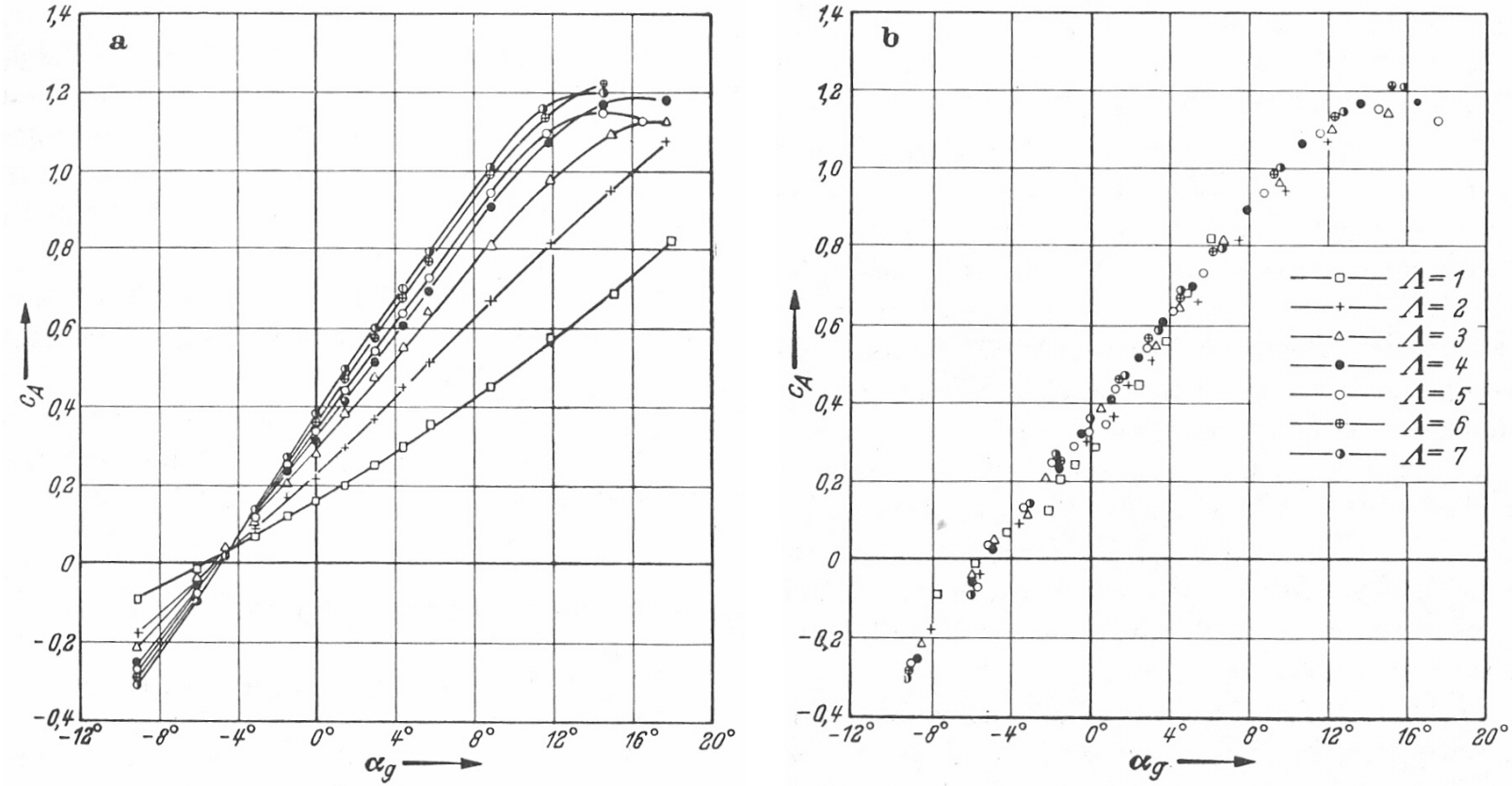
$$c_{W2} = c_{W1} + \frac{c_A^{\,2}}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{\Lambda_2} - \frac{1}{\Lambda_1} \right)$$



Vergleich der Polaren $c_A = c_A(c_W)$ für unterschiedliche Streckungen $\Lambda = 1$ bis 7

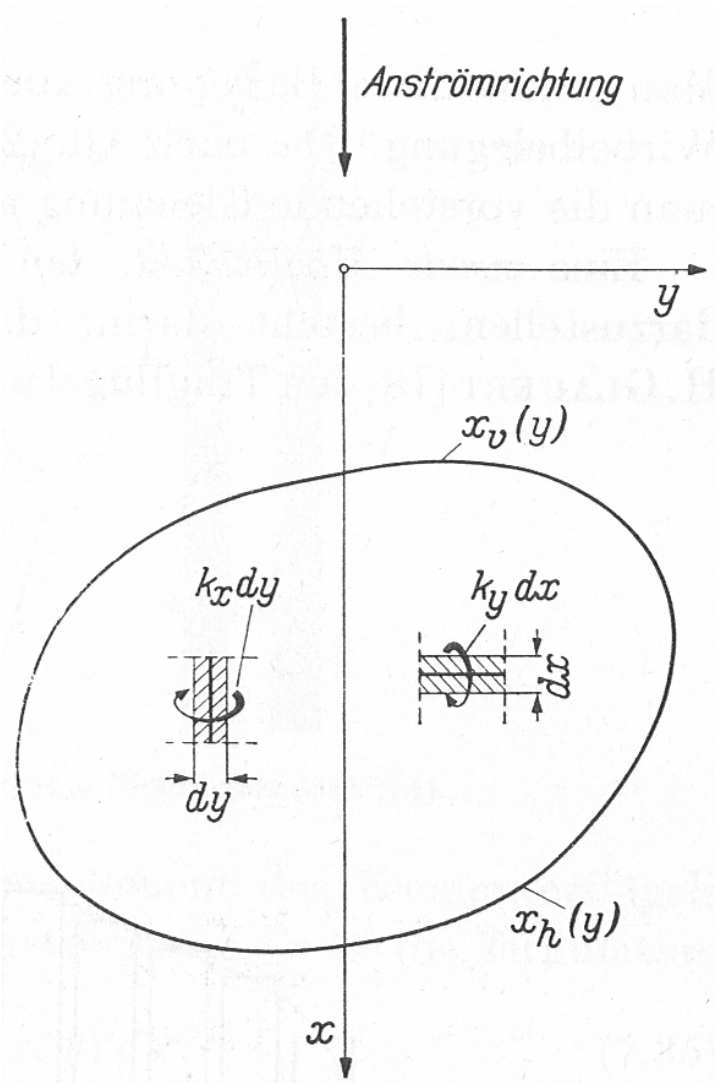
Sind die Auftriebsbeiwerte der beiden Flügel gleich ($c_{A,1} = c_{A,2}$), d.h. beide Flügel verwenden das gleiche Profil, so gilt für den geometrischen Anstellwinkel

$$\alpha_{g2} = \alpha_{g1} + \frac{c_A}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{\Lambda_2} - \frac{1}{\Lambda_1} \right)$$



Umrechnung der Polaren auf eine Streckung von $\Lambda = 5$

Tragflügeltheorie nach der Methode der Wirbelbelegung (Tragflächentheorie)



Grundannahme der Traglinientheorie: Zirkulation ist auf der *tragenden Linie* konzentriert, gilt nur bei Flügel großer Streckung

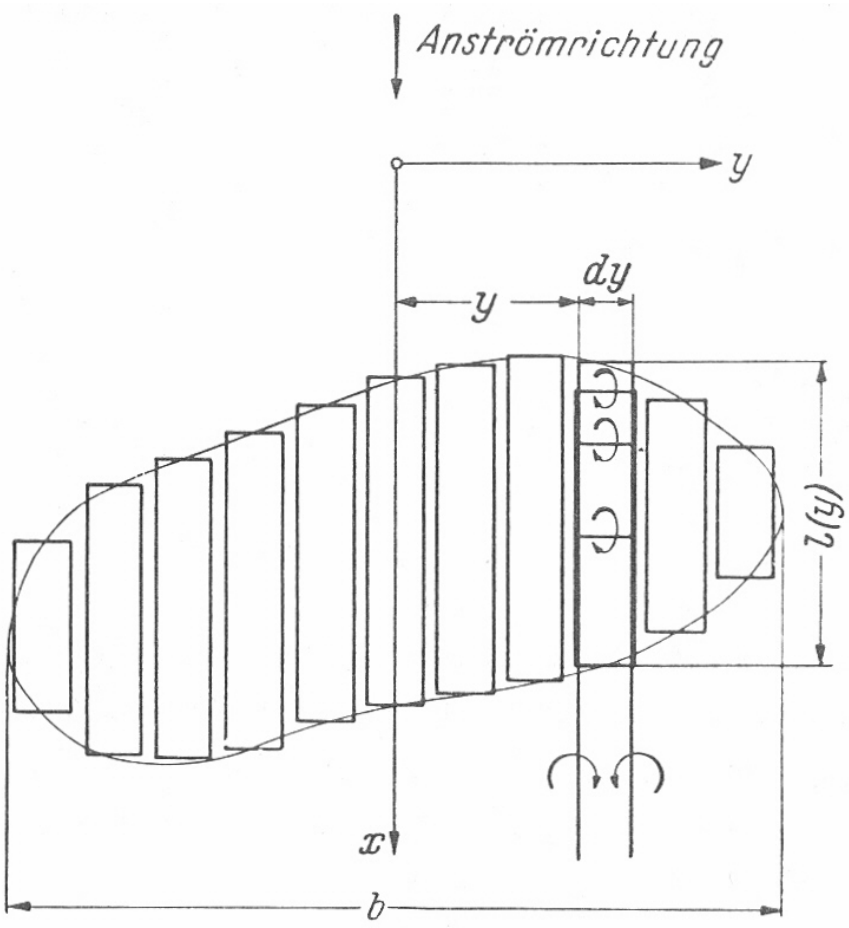
Bei Flügeln kleiner Streckung, z.B. Deltaflügeln und beim schiebenden Flügel, ist diese Annahme nicht mehr zulässig

$\Rightarrow$ flächenhafte Wirbelbelegung

- $k_y(x, y)$ in Spannweitenrichtung
- $k_x(x, y)$ Flügeltiefenrichtung

Flächenhafte Wirbelbelegung

Ersatzmodell (Glauert)

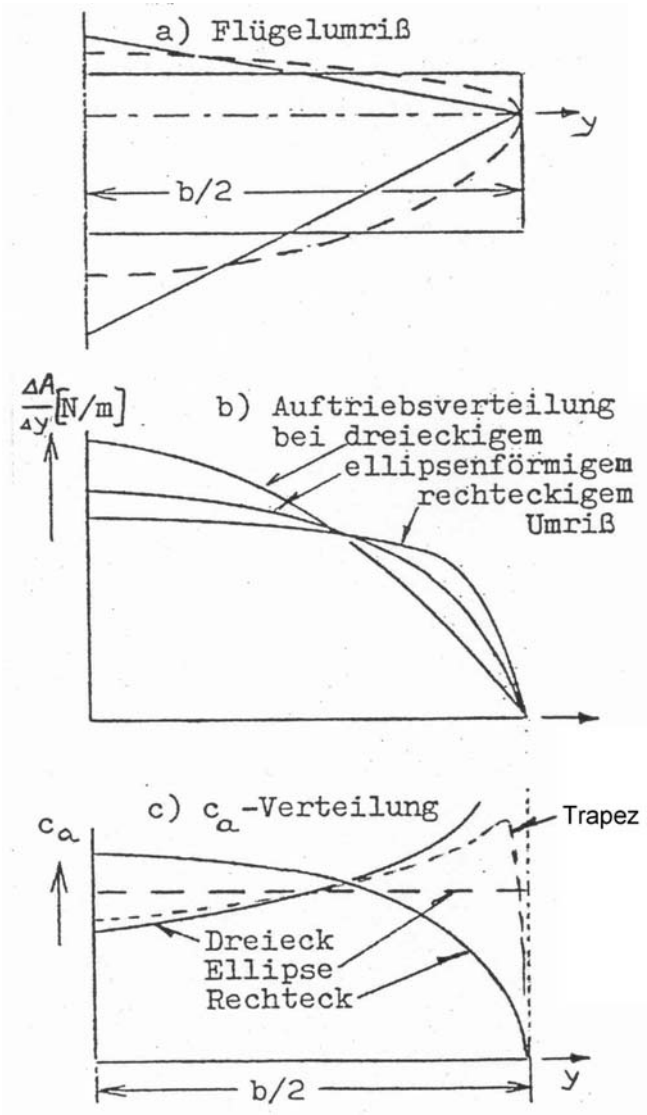


Wirbelbelegung der Elementarflügel der Breite dy mit der Flügeltiefe $l(y)$

Jeder Elementarflügel wird durch eine Reihe in y-Richtung hintereinander liegender Hufeisenwirbel ersetzt, wobei die in Strömungsrichtung (x-Richtung) verlaufenden freien Wirbel übereinander liegen

Ersatz des Tragflügels durch Elementarflügel

Spannweitige Auftriebsverteilung - Lokaler Auftriebsbeiwert



Verlauf des lokalen Auftriebsbeiwerts und der Auftriebsverteilung wird wesentlich vom Flügelgrundriß bestimmt

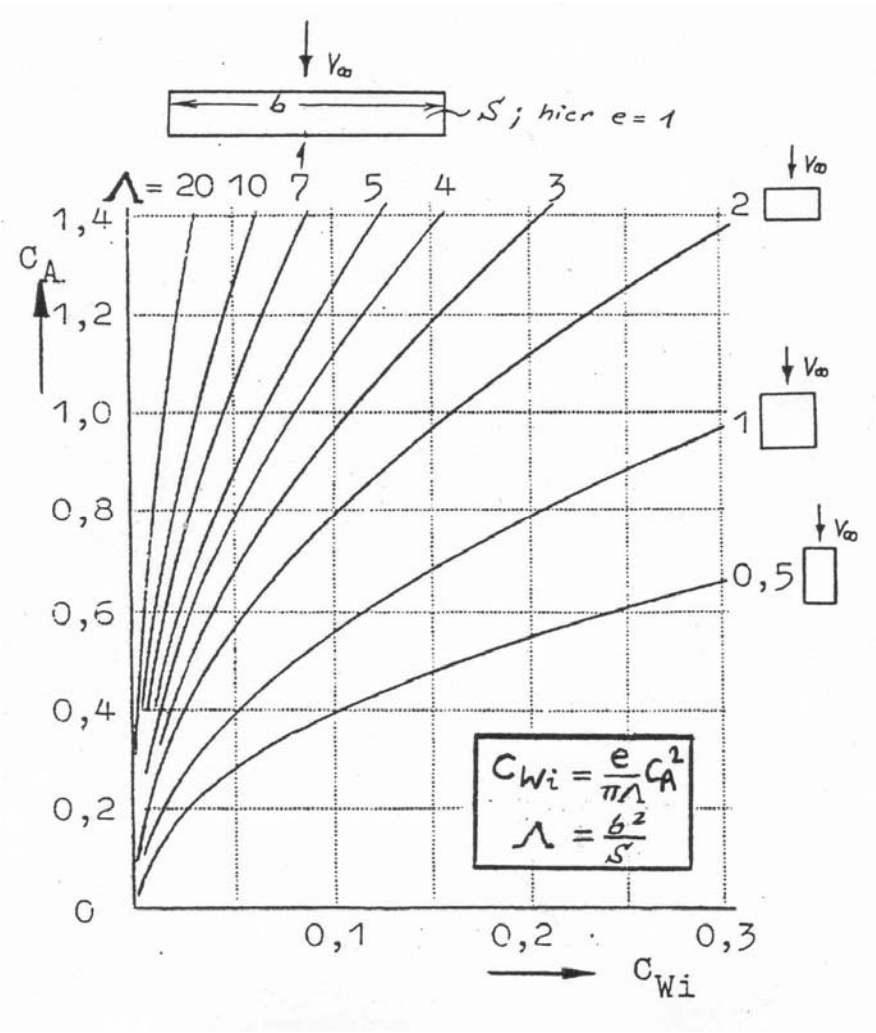
Unterscheidung zwischen dimensionsbehafteten lokalen Wert der Auftriebsverteilung

$$\Delta A/\Delta y \;\; [N/m]$$

und dimensionslosen lokalen Auftriebsbeiwert

$$c_a(y) = \frac{A(y)}{\bar{q}_\infty \cdot \Delta S} \;\; [-]$$

Einfluß der Streckung auf den induzierten Widerstand



Neben dem Auftrieb ist die Streckung $\Lambda = b^2/S$ ein bestimmender Faktor für den induzierten Widerstand

Zunehmende Streckung bewirkt Abflachung des Druckgradienten in Spannweitenrichtung

⇒ Abschwächung des Druckausgleichs an den Tragflächenenden

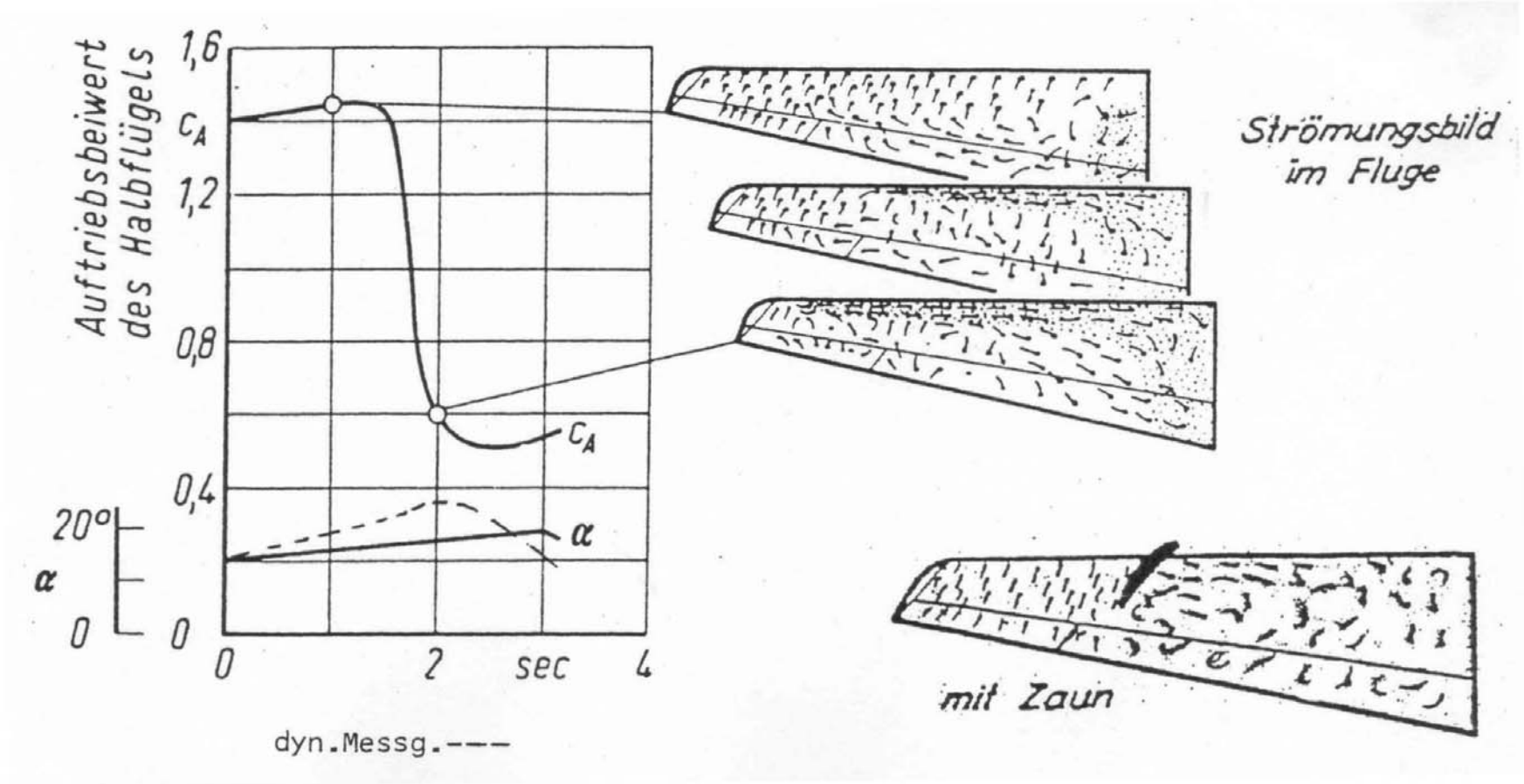
⇒ freie Wirbel verlieren an Stärke

	Λ
Segelflugzeuge	15 - 30
Verkehrsflugzeuge	6 – 20
Sportflugzeuge	6 – 10
Kampflugzeuge	2 – 5

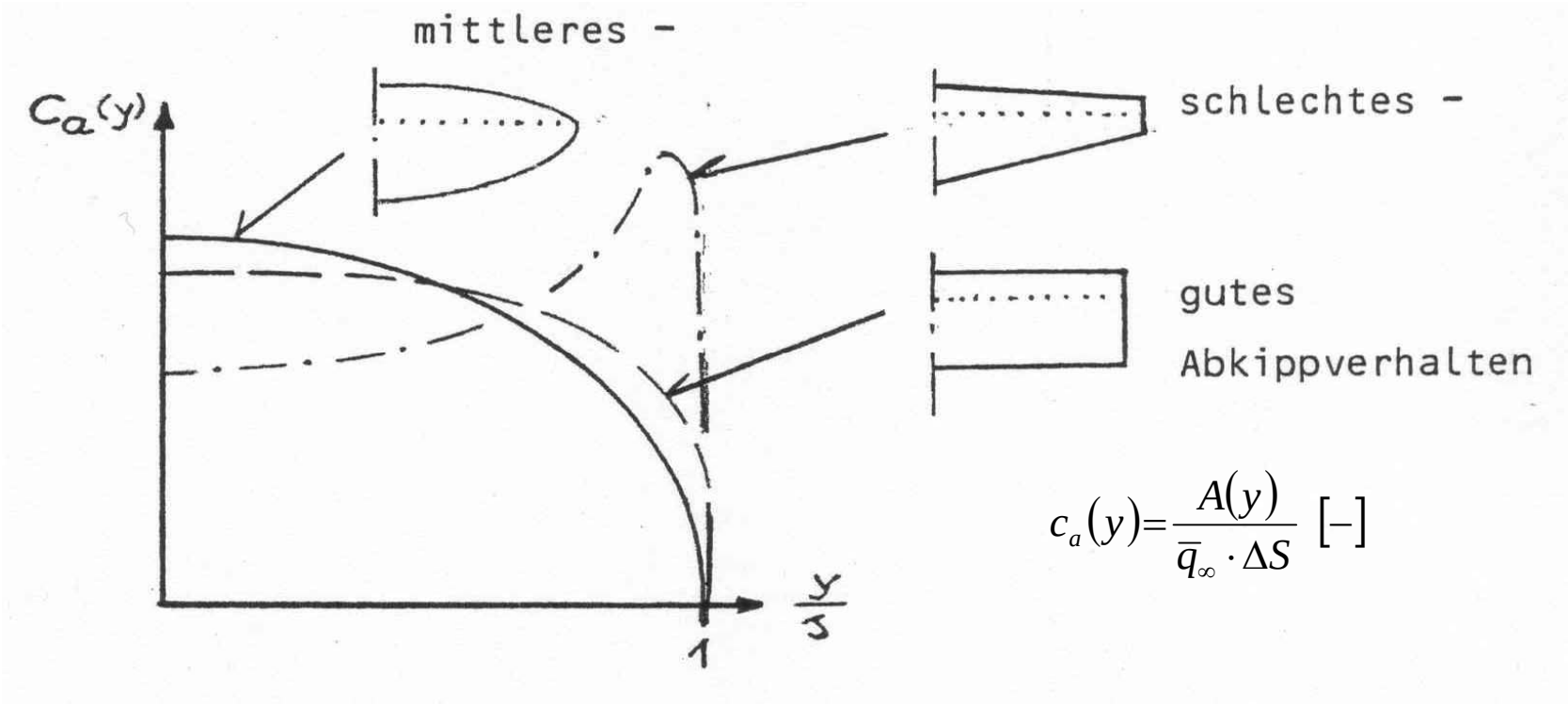
Überziehverhalten und Tragflügelverwindung

Auslegungsziel: Ablösung soll zuerst im Flügelinnenbereich erfolgen

⇒ 'Sackflug' infolge Auftriebsreduzierung, Querruderwirkung bleibt erhalten



Einfluß des lokalen Auftriebsbeiwertes $c_a(y)$ auf das Überziehverhalten



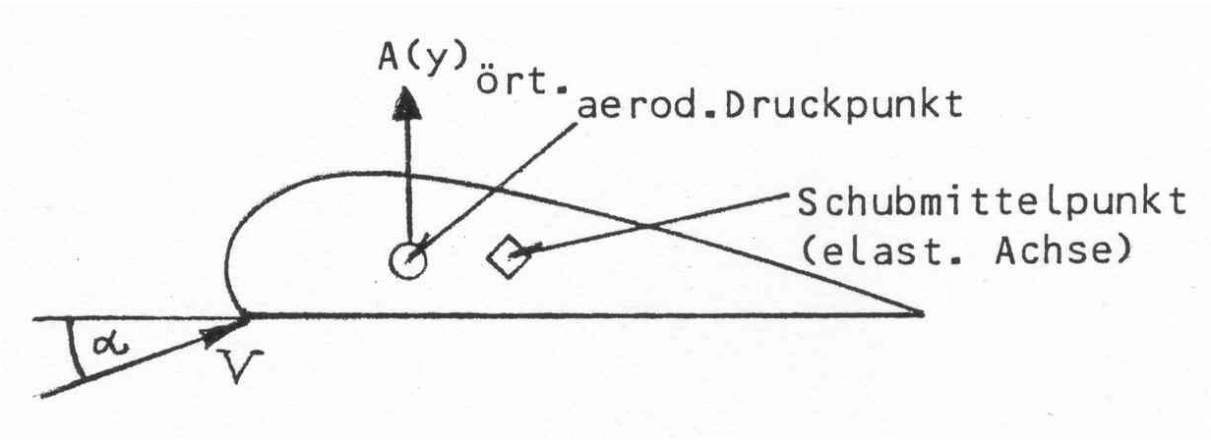
$$c_a(y) = \frac{A(y)}{\bar{q}_\infty \cdot \Delta S} \; [-]$$

Einfluß der Torsion auf die Ablösung

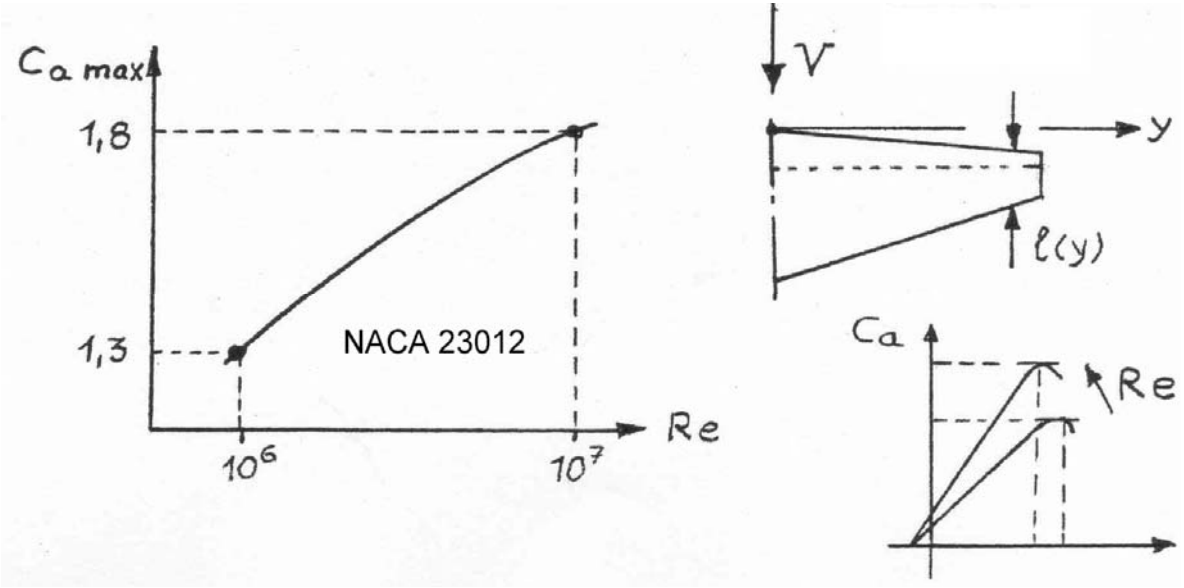
Druckpunkt vor Schubmittelpunkt

$\Rightarrow$ Torsion des Flügels bewirkt Vergrößerung des Anstellwinkels im Flügelaußenbereich

$\Rightarrow$ Überschreiten von $c_{a,max}$



Einfluß der Reynoldszahl auf die Ablösung



Geringere Flügeltiefe $l(y)$ im Außen- als im Flügelinnenbereich bedingt wegen $\mathrm{Re} = V \cdot l / \nu$

$\Rightarrow$ außen kleinere lokale Reynoldszahlen als innen

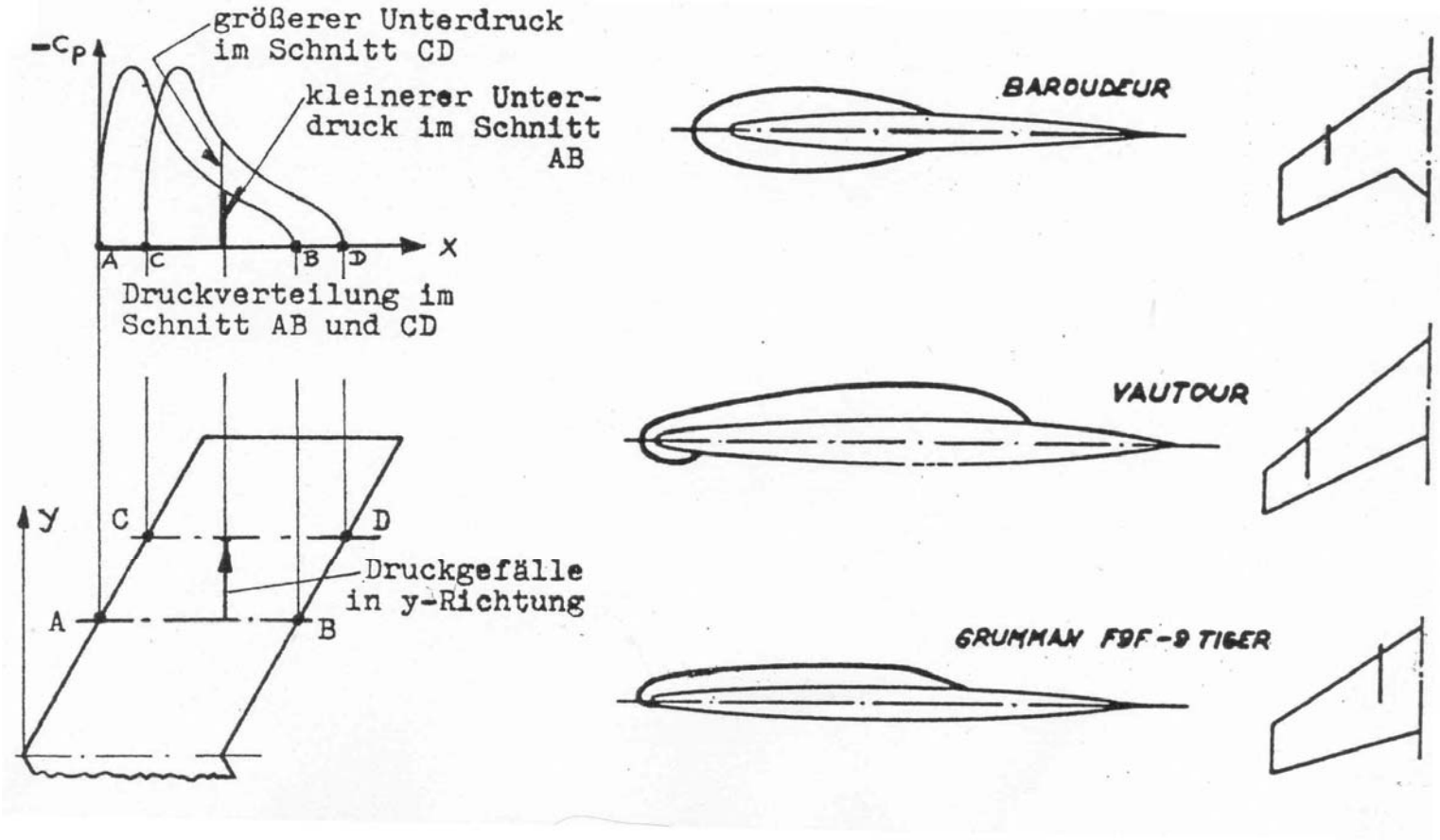
$\Rightarrow$ Verringerung des lokalen Maximalauftriebs am Außenflügel

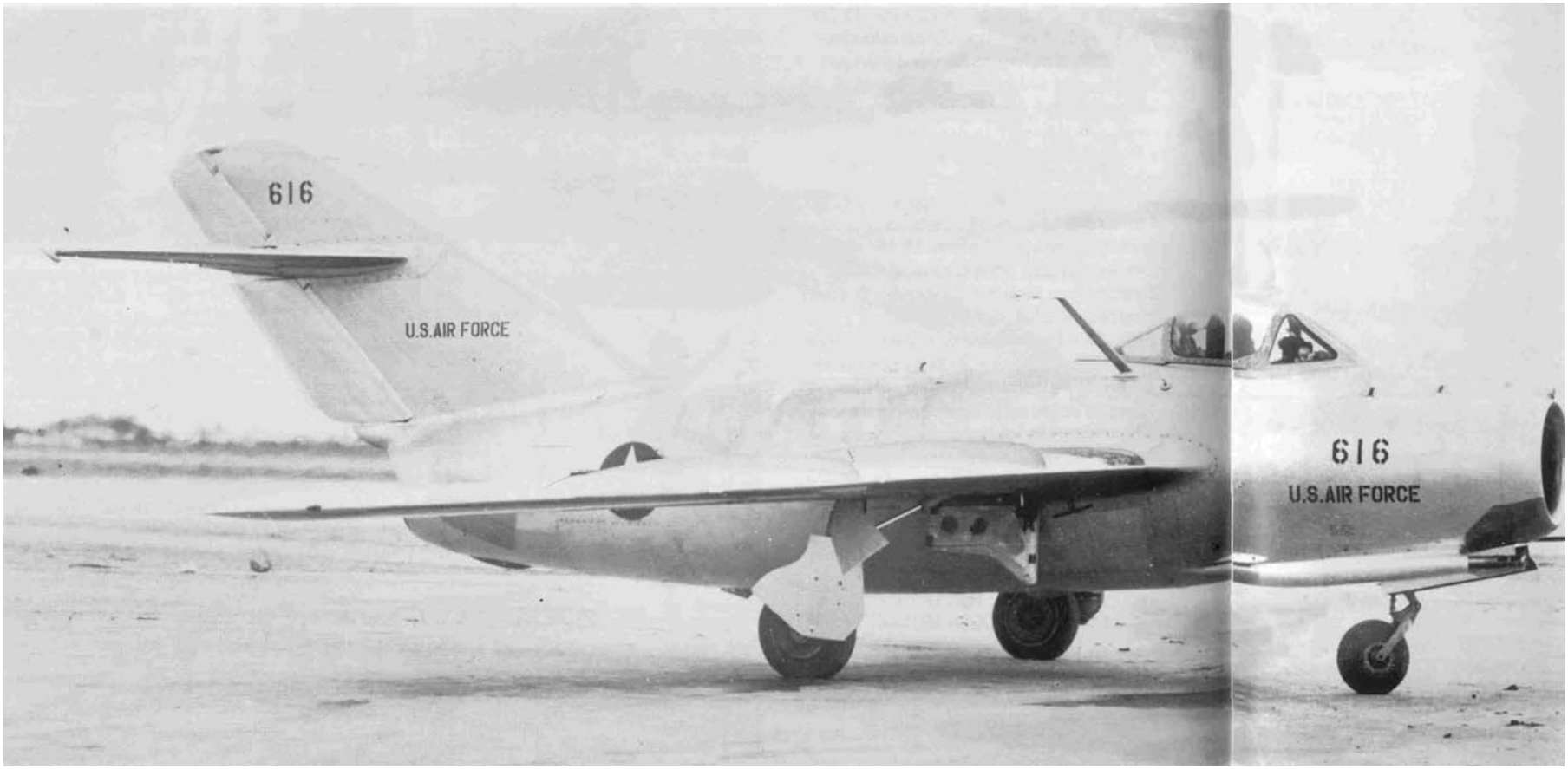
Ähnliches Verhalten hinsichtlich der Ablösung im Flügelaußenbereich zeigt sich auch bei Verringerung der Flügelstreckung Λ

Einfluß der Pfeilung auf die Ablösung

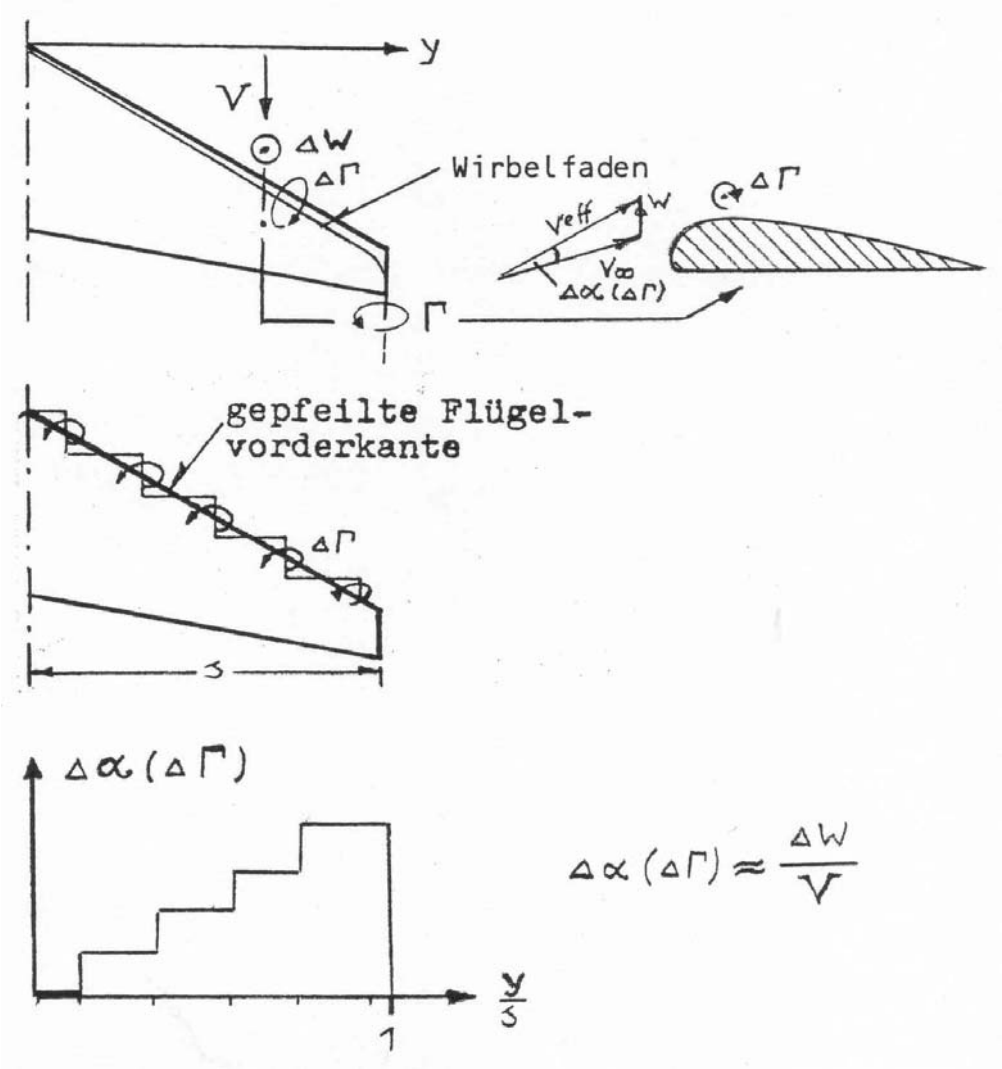
Positive Pfeilung (nach hinten) $\Rightarrow$ Druckgefälle in Spannweitenrichtung, Grenzschicht wandert nach außen

Negative Pfeilung (nach vorne) $\Rightarrow$ Grenzschicht wandert nach innen





Grenzschichtzäune am Flügel einer MIG15



Pfeilung ⇒ Vorderkantenablösung

⇒ Bildung eines Vorderkantenwirbels

⇒ Erzeugung einer Zusatzgeschwindigkeit am Flügel

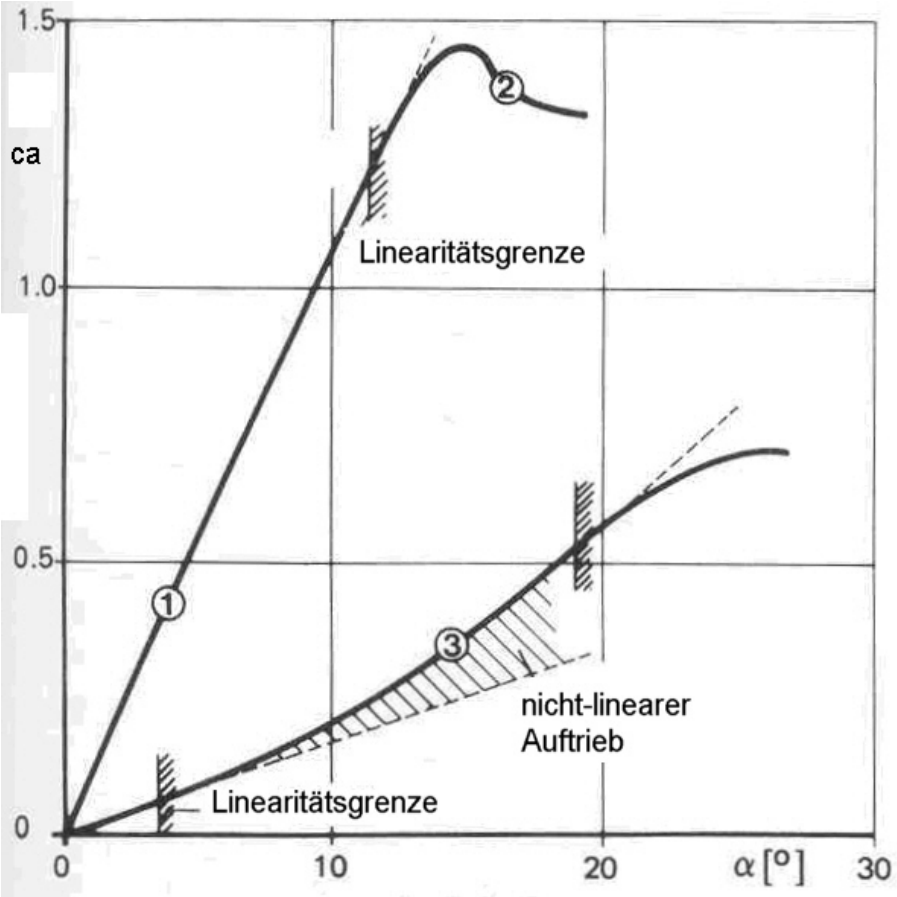
⇒ Erhöhung des effektiven Anstellwinkels

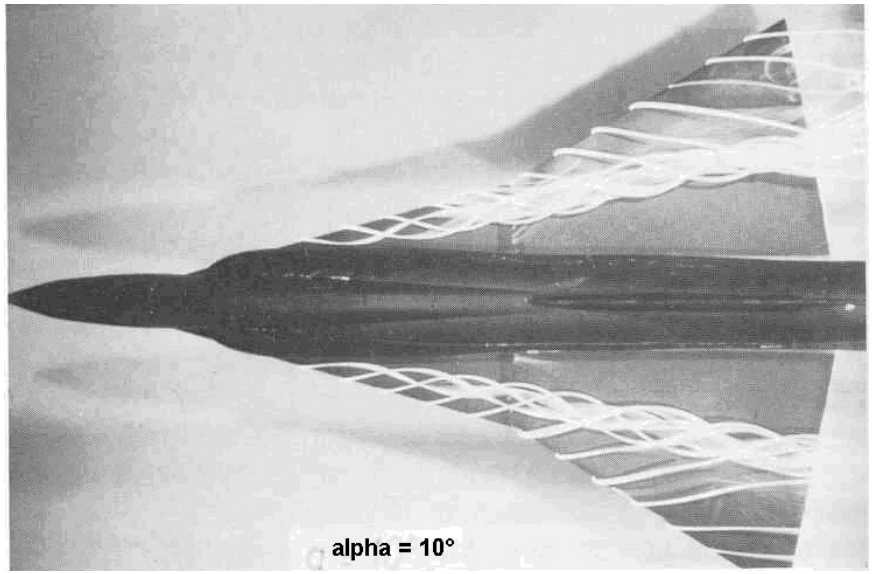
⇒ Erhöhung des Auftriebs (*nicht-linearer Auftrieb*)

⇒ Auftrieb nimmt bei positiver Pfeilung von innen nach außen zu

⇒ Maximalauftrieb $c_{a,max}$ wird zuerst am Außenflügel erreicht

Einfluß der Pfeilung auf Auftriebsanstieg und Maximalauftrieb

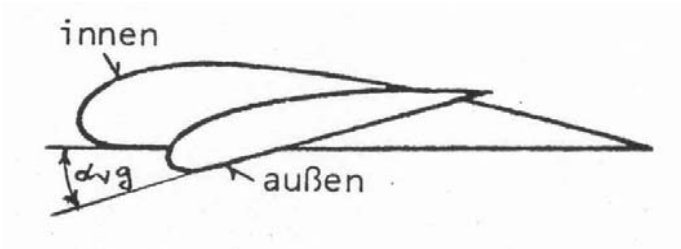




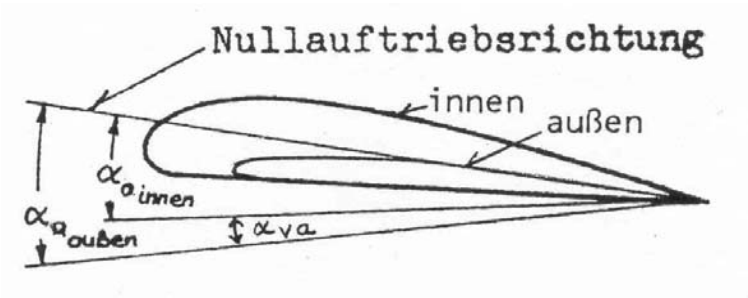
Geometrische und aerodynamische Verwindung

Ziel: Reduzierung des effektiven Anstellwinkels im Flügelaußenbereich

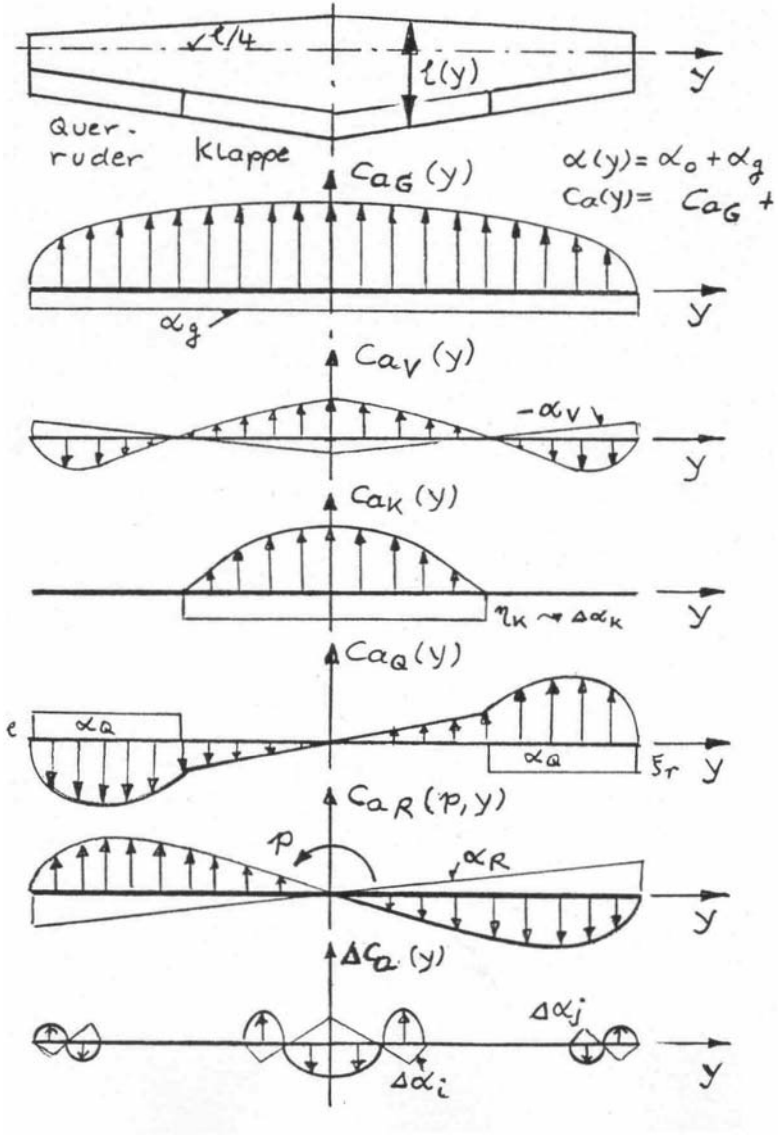
(1) *Geometrischen Verwindung*, d.h. die Profilform bleibt über die Spannweite unverändert, Profilsehne wird jedoch nach unten gedreht



(2) *Aerodynamischen Verwindung*, Kombination unterschiedlicher Profile, in der Regel unterschiedliche Wölbung. Profil im Flügelaußenbereich weist immer einen kleineren Auftriebsanstieg $c_{a\alpha}$ auf als das Profil im Innenbereich



Näherungsverfahren zur Berechnung der spannweitigen Auftriebsverteilung



Grundlast-Auftrieb

Verwindungs-Auftriebsverteilung (Nullauftrieb)

Klappenzusatzauftrieb

Querruder-Nullauftriebsverteilung

Rolldämpfungs-Nullauftriebsverteilung

Korrekturen, Interferenzen

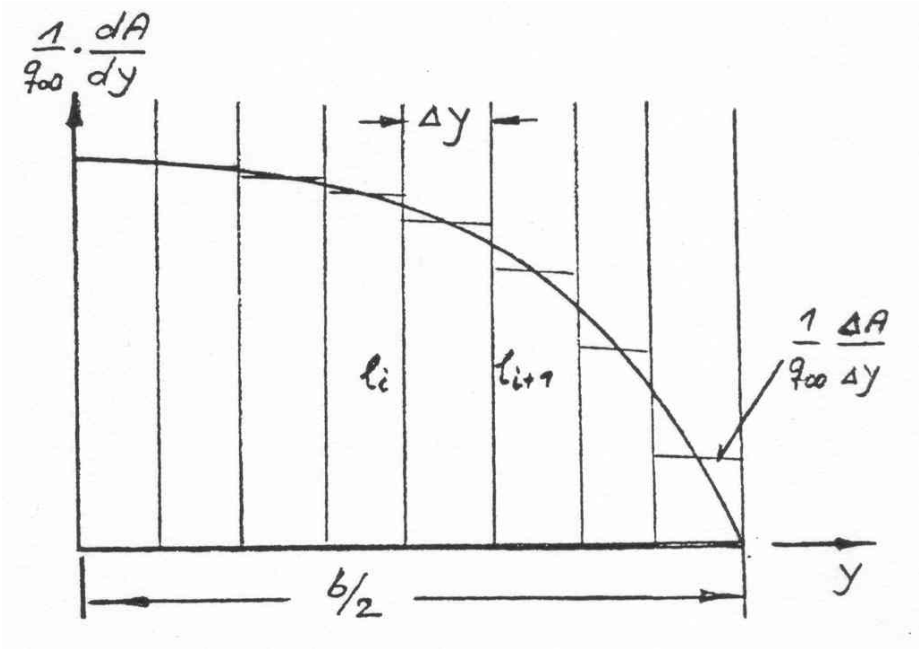
lokaler Anstellwinkel mittels Superpositionsprinzips

$$\alpha(y)=\alpha_0+\alpha_g+\alpha_v+\alpha_K+\alpha_Q+\alpha_R+\Delta\alpha_i$$

lokaler Auftriebsbeiwert

$$c_a(y)=c_{a,G}+c_{a,v}+c_{a,K}+c_{a,Q}+c_{a,R}+\Delta c_{a,i}$$

Zur Berechnung der spannweitigen Auftriebsverteilung $A(y)$ bzw. der Streckenlast $dA/dy\ [N/m]$ oder $dA/\bar{q}_\infty \cdot dy\ [m]$ wird der Tragflügel in Flächenelemente der Breite Δy aufgeteilt.



Auftrieb ΔA eines Flächenelements

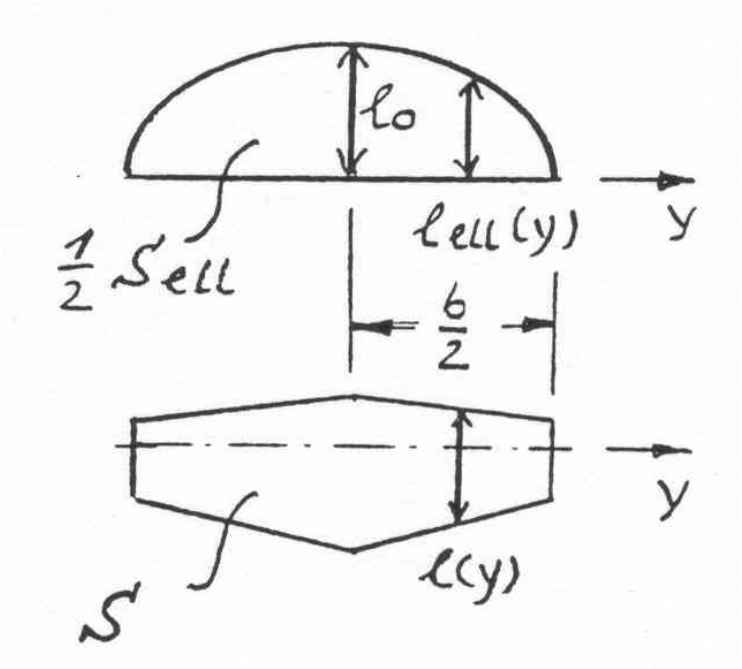
$$\Delta A=\bar{q}_\infty \cdot c_a(y)\cdot \bar{l}(y)\cdot \Delta y$$

gemittelte lokale Flügeltiefe $\bar{l}(y)$

$$\bar{l}(y)=\frac{l_i(y)+l_{i+1}(y)}{2}$$

Grundlastauftriebsverteilung des unverwundenen Tragflügels

Die Grundlastverteilung ergibt sich aus der Auftriebsverteilung einer flächengleichen Halbellipse mit



$$c_{a,G}(y) = c_A \cdot \frac{l'(y)}{l(y)}$$

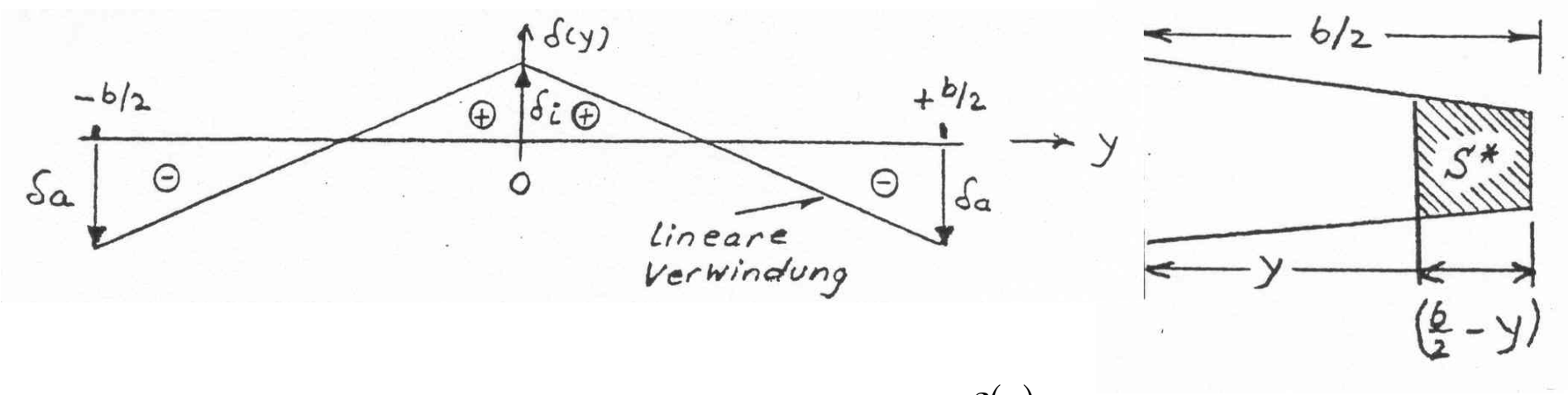
$$c_A = \frac{n \cdot m \cdot g}{\bar{q}_\infty \cdot S} = \frac{dc_A}{d\alpha} \cdot \alpha$$

$$l'(y) = \frac{\bar{l}(y) + l_{ell}(y)}{2}$$

$$l_{ell}(y) = l_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2}$$

$$l_0 = \frac{4 \cdot S}{\pi \cdot b}$$

Auftriebsverteilung infolge Verwindung des Flügels



Über die Halbspannweite linearisierte Verwindung des Flügels $\delta(y)$

$$\delta(y) = \delta_i + \frac{\delta_a - \delta_i}{b/2}$$

ergibt eine zusätzliche Anstellwinkelverteilung $\Delta\alpha_v(y)$

$$\delta(y) \propto \Delta\alpha_v(y)$$

Auftriebsverteilung infolge Verwindung des Flügels

Zusatzauftrieb $c_{a,v}(y)$ infolge des zusätzlichen Anstellwinkels soll dabei eine Nullauftriebsverteilung ergeben, andernfalls ist eine Korrektur der Grundlast erforderlich

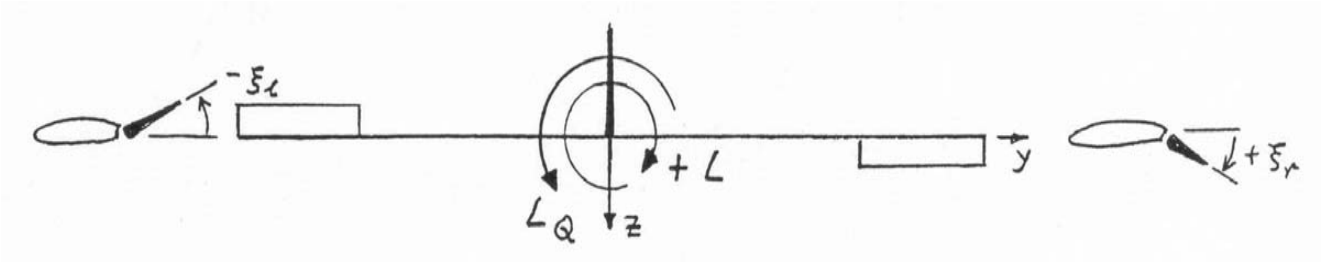
$$c_{a,v}(y) = c_{A,\alpha_{eff}} \cdot \delta(y)$$

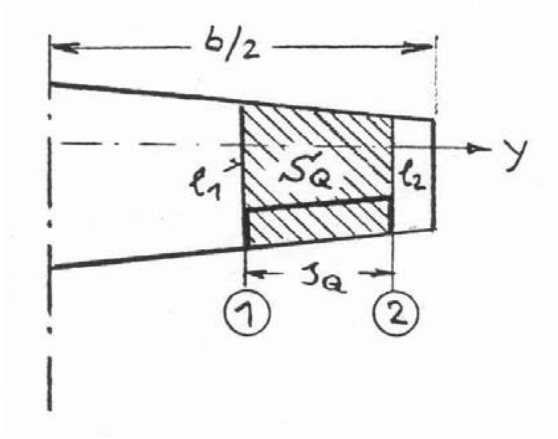
$$c_{A,\alpha_{eff}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \eta_P}{1 + 2 \cdot \lambda \cdot \eta_P}, \quad \eta_P = f(\mathrm{Pr}\,ofil, \mathrm{Re})$$

$$\lambda(y) = \frac{1}{2} \cdot \Lambda(y) \cdot \frac{2 \cdot \lambda_0 + \Lambda(y)}{\lambda_0 + \Lambda(y)}, \quad \lambda_0 = \frac{S}{b^2}$$

$$\Lambda(y) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{S^*(y)}{\left(\frac{b}{2} - y\right)^2} \begin{cases} y = 0 : S^* = S/2 \\ y = b/2 \;\; = \; 0 \end{cases}$$

Auftriebsverteilung infolge Querruderausschlag





- Auftriebsverteilung $c_{a,Q}(y)$ soll eine Nullauftriebs-Verteilung ergeben

  $\Rightarrow$ nur bei symmetrischem Ruderausschlag, d.h. $\xi_r = \xi_l$ möglich

- Differenzierter Querruderausschlag

  $\Rightarrow$ verbleibende Auf-/Abtrieb muß von der Grundlast abgezogen werden

Auftriebsverteilung infolge Querruderausschlag

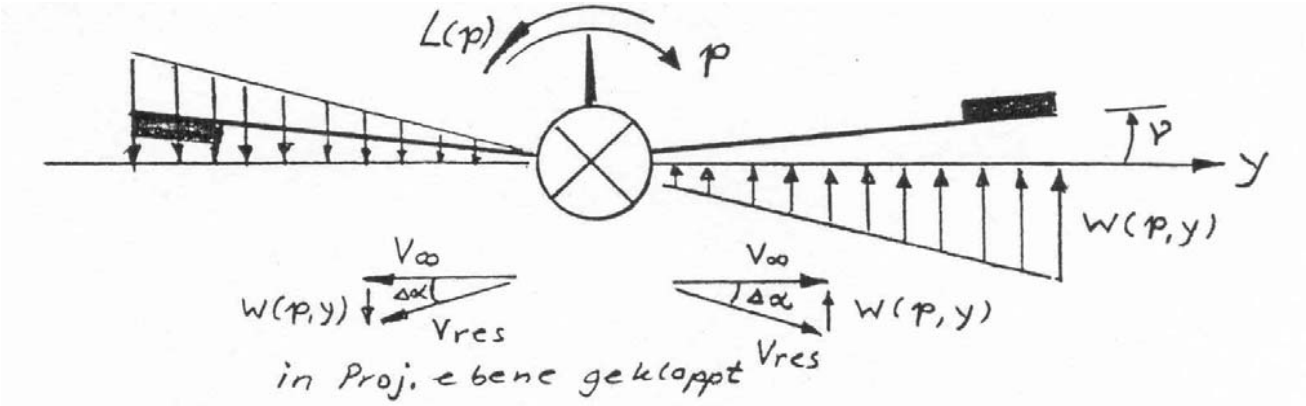
$$c_A(\xi, y) = \frac{dc_A}{d\xi} \cdot \xi_{eff}, \quad \frac{dc_A}{d\xi} = -c_{A,\alpha_{eff}} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \xi}$$

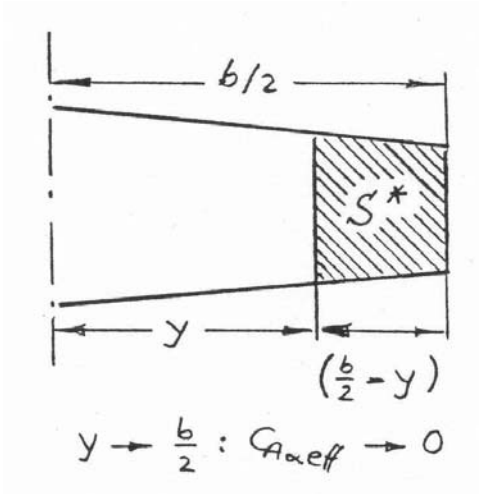
$$c_{A,\alpha_{eff}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \eta_P}{1 + \frac{2 \cdot \eta_P}{\Lambda_Q}}, \quad \Lambda_Q = \frac{s_Q^{\ 2}}{S_Q}$$

$$A_{Q,r} = A_{Q,l} = \bar{q}_\infty \cdot c_{a_Q}(y) \cdot \bar{l}(y) \cdot \Delta y$$

$$L_{Q,r} = L_{Q,l} = y_{S,r} \cdot A_{Q,r} + y_{S,l} \cdot A_{Q,l}$$

Auftriebsverteilung infolge Rollen (Rolldämpfung)





Rollbewegung p [rad/s] induziert eine Auftriebsverteilung, die bei kleinen Anstellwinkeln der Rollbewegung entgegenwirkt und dadurch dämpfend wirkt (Rolldämpfung c_{lp})

$$\tan \Delta\alpha(p,y) \approx \Delta\alpha(p,y) = \frac{w(p,y)}{V_\infty}$$

$$w(p,y) = p \cdot y$$

$$\Delta\alpha = \frac{p \cdot y}{V_\infty}, \qquad \frac{d\alpha}{dp} = \frac{y}{V_\infty}$$

$$c_{a,R}(y) = c_{A_{\alpha,eff}} \cdot \Delta\alpha(p, y)$$

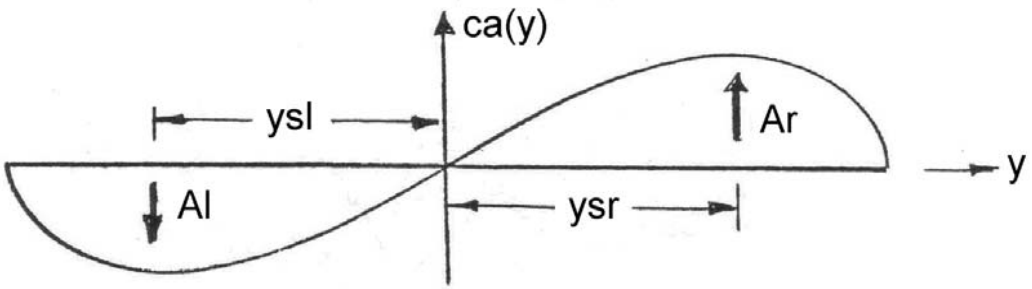
$$c_{a,R}(y) = c_{A_{\alpha,eff}} \cdot \frac{d\alpha}{dp} \cdot p$$

$$c_{a,R}(y) = c_{A_{\alpha,eff}} \cdot \frac{y}{V_\infty} \cdot p, \quad c_{A_{\alpha,eff}} = f(y)$$

$$c_{A_{\alpha,eff}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \eta_P}{1 + 2 \cdot \lambda \cdot \eta_P}, \quad \eta_P = f(Profil, Re)$$

$$\lambda(y) = \frac{1}{2} \cdot \Lambda(y) \cdot \frac{2 \cdot \lambda_0 + \Lambda(y)}{\lambda_0 + \Lambda(y)}, \quad \lambda_0 = \frac{S}{b^2}$$

$$\Lambda(y) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{S^*(y)}{\left(\frac{b}{2} - y\right)^2}$$



Tragflügelpolare

Glauert Korrekturverfahren

Elliptischer Tragflügel mit einer elliptischen Auftriebsverteilung

induzierter Anstellwinkel $$\alpha_i = \frac{c_A}{\pi \cdot \Lambda}$$

induzierter Widerstand $$c_{W_i} = \frac{c_A^{\ 2}}{\pi \cdot \Lambda}$$

Widerstandsminimale Auftriebsverteilung in der Regel nicht möglich. Erfassung der Abweichung von der elliptischen Verteilung durch die von Glauert eingeführten Korrekturfaktoren

induzierter Anstellwinkel $$\alpha_i = \frac{c_A}{\pi \cdot \Lambda} \cdot \left(1 + \tau_G\right)$$

induzierter Widerstand $$c_{W_i} = \frac{c_A^{\ 2}}{\pi \cdot \Lambda} \cdot \left(1 + \delta_G\right)$$

Umrechnung der Profilbeiwerte für den Flügel <u>unendlicher</u> Streckung (Rechnung, Profilkatalog) auf den Flügel <u>endlicher</u> Streckung durch Korrektur des geometrischen Anstellwinkels des zweidimensionalen Profils durch den induzierten Anstellwinkel α_i

$$\alpha_{\Lambda\neq\infty} = \alpha_g = \alpha_{\Lambda=\infty} + \alpha_i$$

Widerstand

$$c_{W\,\Lambda\neq\infty} = c_{W\,\Lambda=\infty} + c_{W_i}, \quad c_{W_i} = \frac{e \cdot c_A{}^2}{\pi \cdot \Lambda}$$

Aus dem Auftriebsbeiwert der nicht-elliptischen Verteilung läßt sich ein Profilwirkungsgrad η_P definieren

$$\frac{\Lambda}{\eta_P} = 5.95 \cdot \left(\frac{\Lambda}{c_{A\alpha,ne}} - 0.31 \right)$$

Bestimmung der nicht-elliptischen Auftriebsverteilung, z.B. aus Windkanalergebnissen

$$c_{A\alpha,ne} = c_{A\alpha,ell} \cdot \left(1 - \frac{\tau_G}{1 + \frac{\Lambda}{2 \cdot \eta_P}} \right)$$

Profilwirkungsgrad beschreibt die Abweichung des Auftriebanstiegs des Profils als relative Größe zum theoretischen Auftriebsanstieg der ebenen Platte

Theoretischer Maximalwert für den reibungsfreien Fall: $c_{A\alpha\infty} = 2 \cdot \pi \approx 6.3$

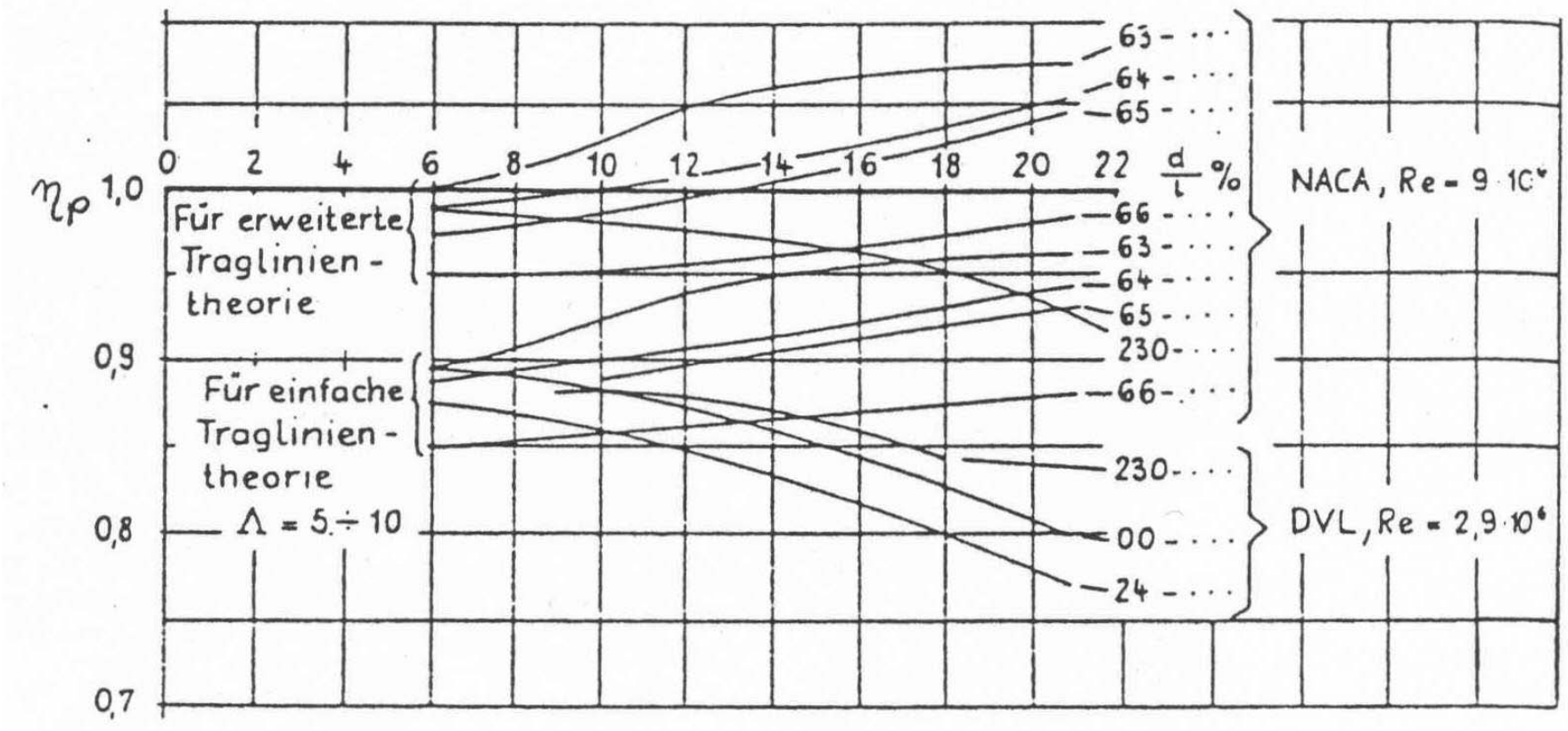
Messungen (mit Reibungsanteil): $c_{A\alpha\infty} \approx 5.7$

Allgemein gilt: $C_{A\alpha\infty} = 2 \cdot \pi \cdot \eta_p (Parameter)$

Profilwirkungsfaktor als Funktion des Dickenverhältnisses: $\eta_p = \eta_p \left(\frac{d}{l} \right)$

Profilwirkungsgrade in Abhängigkeit des Dickenverhältnisses für NACA- und Göttinger Profile

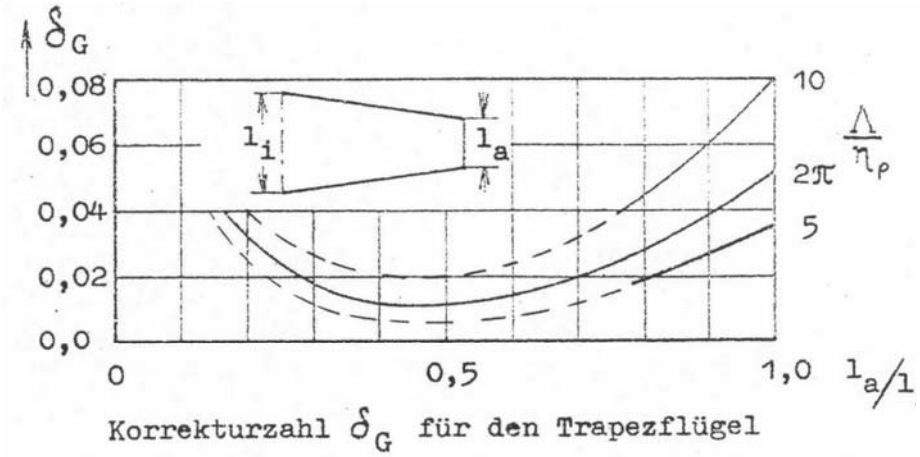
d/l	[%]	6	10	14	18
NACA	η_P	0.95	0.945	0.93	0.90
Gö	η_P	0.92	0.905	0.885	0.862



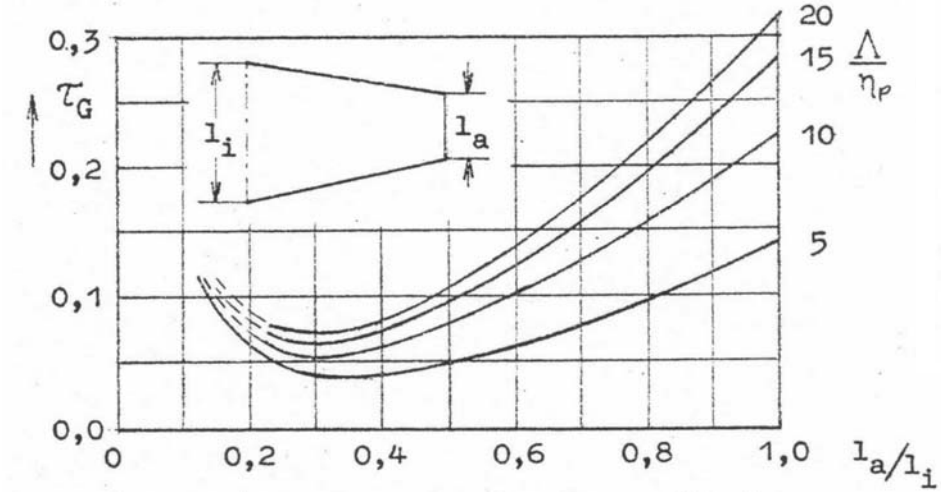
Profilwirkungsfaktor η_P als Funktion des Dickenverhältnisses d/l

Trapezflügel bzw. zusammengesetzte Grundrisse

$\Rightarrow$ Glauert-Korrekturfaktoren, bzw. deren Abminderung als Funktion der Flügelzuspitzung l_a/l_i



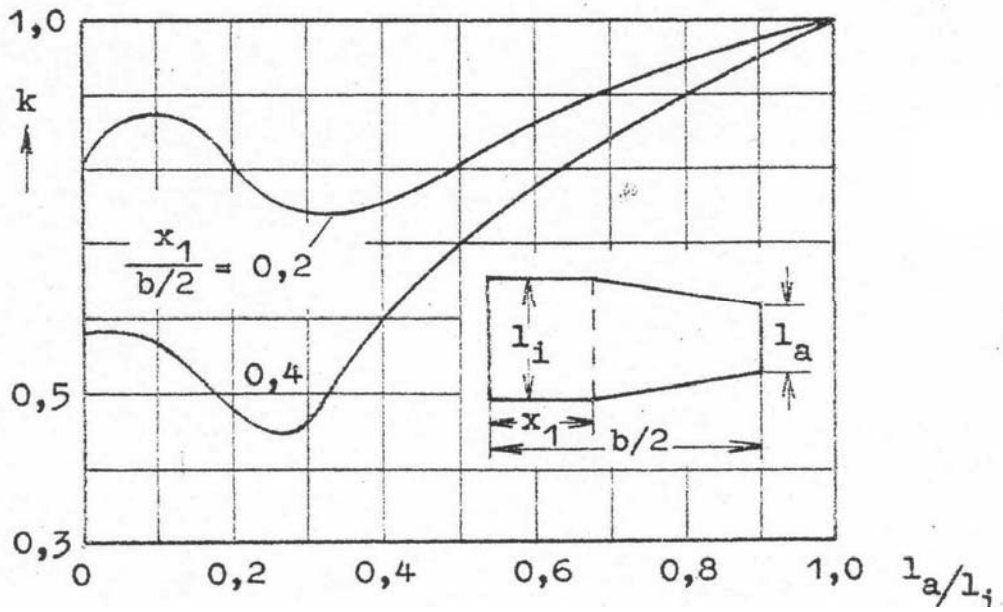
Korrekturzahl δ_G für den Trapezflügel



Korrekturzahl τ_G für den Trapezflügel

$\tau_{G,QT} = k \cdot \tau_{G,T}$ Korrektur α_i

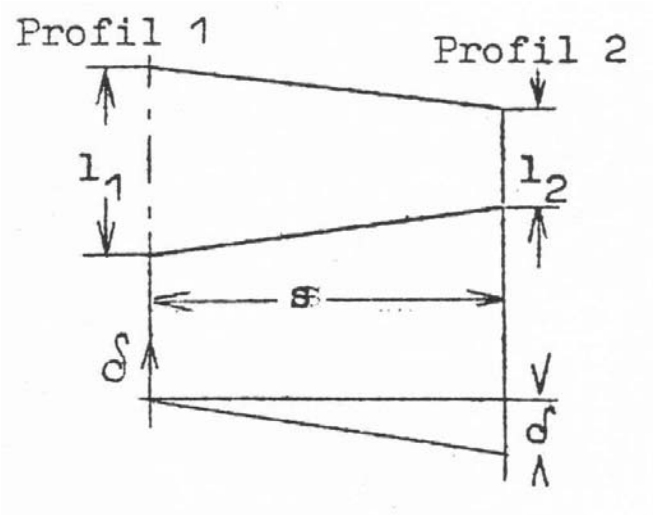
$\delta_{G,QT} = k \cdot \delta_{G,T}$ Korrektur $c_{W,i}$



Korrektur- und Abminderungsfaktoren für den (Quasi-)Trapezflügel

Kombination unterschiedlicher Profile

Tragflügelpolare bei Kombination unterschiedlicher Profile (aerodynamische Verwindung) durch lineare Interpolation zwischen den Profilen



Näherungsverfahren zur Berechnung der Flügelpolare basiert auf der Profilpolare für $\Lambda = \infty$.

Auftrieb

$$c_A = k_1 \cdot c_{A_1} + k_2 \cdot c_{A_2}$$

Widerstand

$$c_W = k_1 \cdot c_{W_1} + k_2 \cdot c_{W_2}$$

k-Faktoren

$$k_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot l_1 + l_2}{l_1 + l_2}, \quad k_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{l_1 + 2 \cdot l_2}{l_1 + l_2}, \quad k_1 + k_2 = 1$$

Nickmoment

$$c_m = k_3 \cdot c_{m_1} + k_4 \cdot c_{m_2}$$

k-Faktoren

$$k_3 = \frac{\frac{3}{4} \cdot l_1^{\,2} + \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2 + \frac{1}{4} \cdot l_2^{\,2}}{l_1^{\,2} + l_1 \cdot l_2 + l_2^{\,2}}, \quad k_4 = \frac{\frac{1}{4} \cdot l_1^{\,2} + \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2 + \frac{3}{4} \cdot l_2^{\,2}}{l_1^{\,2} + l_1 \cdot l_2 + l_2^{\,2}}, \quad k_3 + k_4 = 1$$

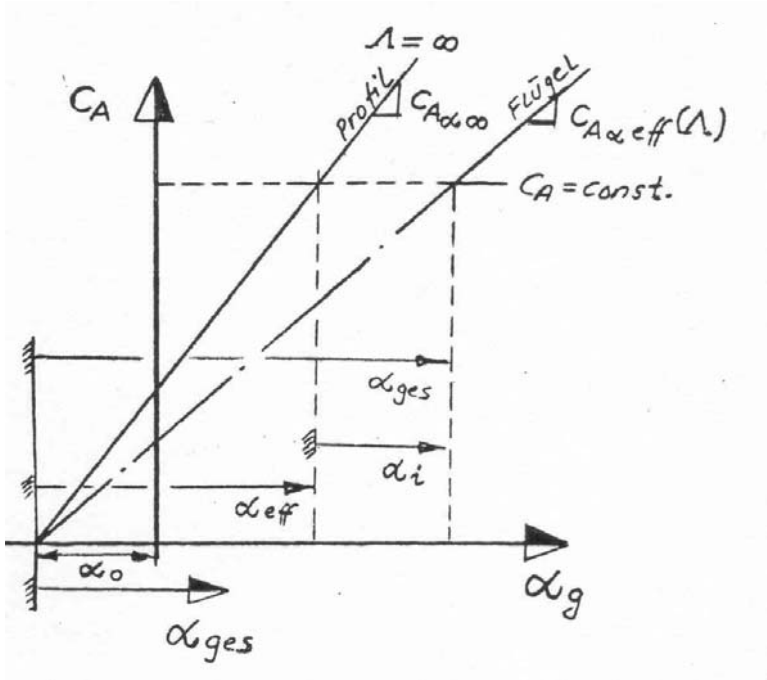
Berechnung von c_A, c_W und c_m durch Interpolation der Werte von Profil *1* und *2* für die gemittelte Profilpolare für $\Lambda = \infty$

Umrechnung von α und c_W auf die korrekte Flügelstreckung (induzierter Widerstand bei nicht-elliptischer Auftriebsverteilung) über das Korrekturverfahren von *Glauert*

Auftriebsanstieg als Funktion der Streckung

Einflußfaktoren des Auftriebsanstiegs $c_{A\alpha} = dc_A / d\alpha$ von Profilen sind im wesentlichen

- Reynoldszahl
- Profildicke
- Profilwölbung
- Dickenrücklage
- Wölbungsrücklage
- Hinterkantenwinkel
- Nasenform
- Rauhigkeit



Für $c_A = const.$ gilt:

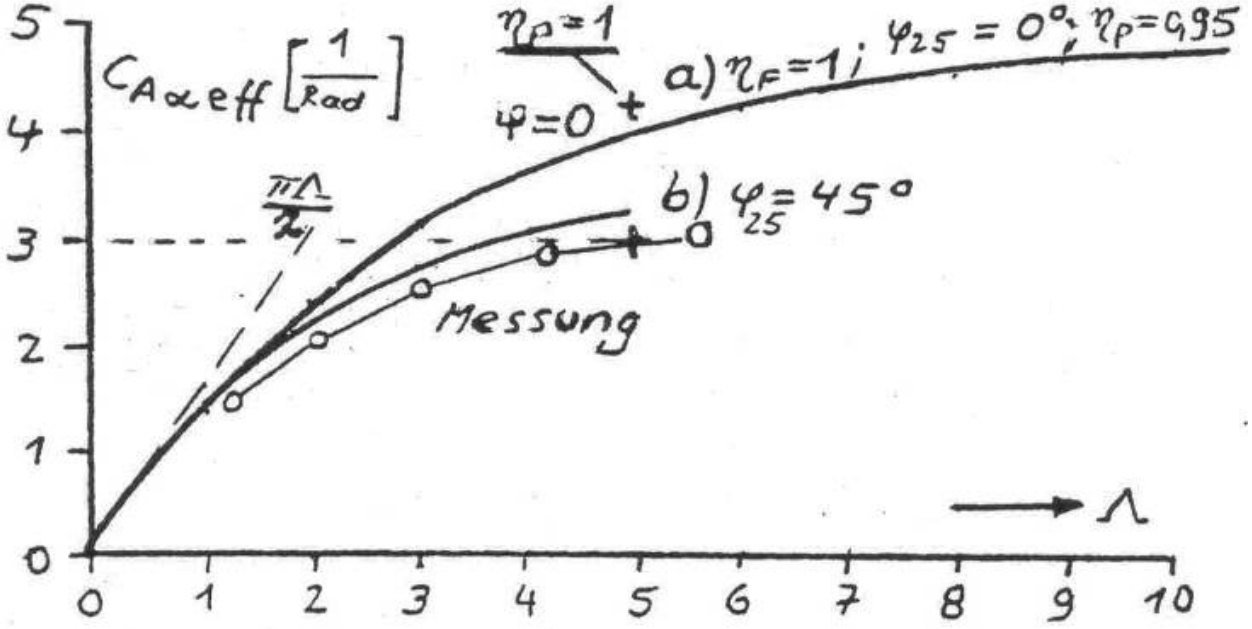
Profil $\quad c_A = c_{A,\alpha_\infty} \cdot \alpha_{eff}$

Tragflügel $\quad c_A = c_{A,\alpha_{eff}} \cdot \left(\alpha_{eff} + \alpha_i\right) \Rightarrow \quad c_{A,\alpha_{eff}} = \dfrac{c_{A,\alpha_\infty}}{1 + \dfrac{\alpha_i}{\alpha_{eff}}}$

Traglinientheorie $\quad \alpha_i = \dfrac{c_A}{\pi \cdot \Lambda} \quad \Rightarrow \quad c_{A,\alpha_{eff}} = \dfrac{c_{A,\alpha_\infty}}{1 + \dfrac{c_{A,\alpha_\infty}}{\pi \cdot \Lambda}} = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot \eta_p}{1 + \dfrac{2 \cdot \eta_p}{\Lambda}} \cdot \eta_F$

mit η_F = Flügelwirkungsfaktor

Näherungsformel nach Truckenbrodt für Pfeilflügel



$$c_{A,\alpha_{eff}} = \eta_F \cdot \frac{\pi \cdot \Lambda \cdot \eta_p \cdot \cos\varphi_{25}}{\sqrt{\left(\frac{\Lambda}{2 \cdot \eta_p}\right)^2 + 1} + 1}$$

Auftriebsanstieg und Neutralpunktlagenvon Delta- und Pfeilflügeln

Traglinientheorie ermöglicht nicht die Bestimmung der aerodynamischen Neutralpunktlage

$\Rightarrow$ Neutralpunkt wird auf die *l/4*-Linie gelegt

Berechnung der Lage des aerodynamischen Neutralpunktes durch Tragflächentheorie möglich

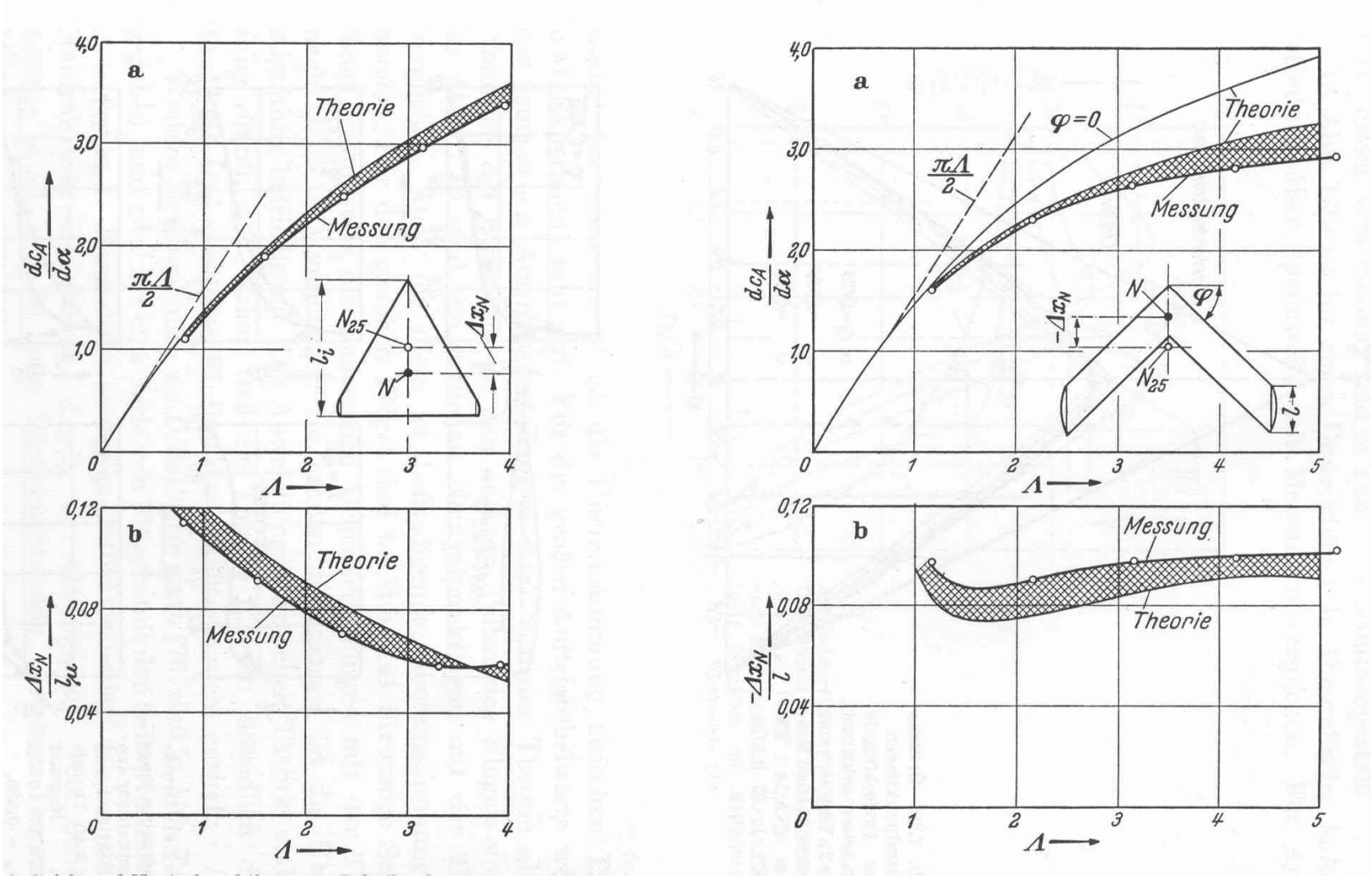
Insbesondere beim Deltaflügel zeigt sich eine große Differenz zwischen aerodynamischer und geometrischer Neutralpunktlage

Geometrischer Neutralpunkt N_{25} entspricht dem Flächenschwerpunkt des Tragflügels, sofern dieser auf der *l/4*-Linie mit einer der örtlichen Flügeltiefe proportionalen Gewichtsverteilung belegt ist

$$x_{N25} = \frac{1}{S} \cdot \int_{-s}^{+s} l(y) \cdot x_{25}(y) \cdot dy, \quad y_{N25} = 0$$

Aerodynamischen Neutralpunkt N definiert durch

$$\frac{x_N}{l_\mu} = -\frac{dc_m}{dc_A}, \quad y_N = 0$$



Auftriebsanstieg und Neutralpunktlage von Delta- und Pfeilflügeln